<NCS를 기반으로 한 직무 기초수학>

[문제] 답+풀이

4장

Chapter_04

[문제 4-1] 3

풀이

먼저 아이스크림을 선택했다면 두 번째로 선택할 수 있는 것은 케이크와 떡 2가지이다. 케이크를 선택했다면 아이스크림과 떡 두 가지가 있는데, 케이크를 고른 후 아이스크림을 선택하는 것은 아이스크림을 고른 후에 케이크를 선택하는 것과 같다. 따라서 2가지 후식을 순서쌍으로 나타내면 다음과 같이 모두 3가지 경우가 있다.

(아이스크림, 케이크), (아이스크림, 떡), (케이크, 떡)

[문제 4-2] 10

풀이

소설책 3권, 수필 3권, 시집 4권이므로 경우의 수는 $3+3+4=10$이다.

[문제 4-3] 6

풀이

3의 배수가 나오는 경우는 3, 6, 9, 12의 4가지이고, 4의 배수가 나오는 경우는 4, 8, 12의 3가지이다. 그런데 동시에 일어나는 경우는 12의 1가지이므로 구하는 경우의 수는 $4+3-1=6$이다.

[문제 4-4] 4명

풀이

공격수를 지원한 직원의 집합을 A, 수비수를 지원한 직원의 집합을 B라 하면

$n(A\cup B)=13,\ n(A)=9,\ n(B)=8$

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=9+8-13=4$

따라서 구하는 직원 수는 4명이다.

[문제 4-5] (a) 7 (b) 6

풀이

먼저 던져 나온 눈의 수를 x, 두 번째 던져 나온 눈의 수를 y라고 할 때, 이를 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내자.

(a) 눈의 수의 합이 5인 사건을 A라 하면 사건 A의 집합 A는 $A=\{(1,\ 4),\ (2,\ 3),\ (3,\ 2),\ (4,\ 1)\}$이다.

눈의 수의 합이 10인 사건을 B라 하면 사건 B의 집합 B는 $B=\{(4,\ 6),\ (5,\ 5),\ (6,\ 4)\}$이다.

이때 두 사건 A와 B는 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의 수는 다음과 같다.

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)=4+3=7$$

(b) 눈의 수의 합이 10인 사건을 A라 하면 사건 A의 집합 A는 $A=\{(4,\ 6),\ (5,\ 5),\ (6,\ 4)\}$이다.

눈의 수의 합이 11인 사건을 B라 하면 사건 B의 집합 B는 $B=\{(5,\ 6),\ (6,\ 5)\}$이다.

눈의 수의 합이 12인 사건을 C라 하면 사건 C의 집합 C는 $C=\{(6,\ 6)\}$이다.

이때 세 사건 A, B, C는 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의 수는 다음과 같다.

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)=3+2+1=6$$

[문제 4-6] 11명

풀이

직원 전체의 집합을 U, MOS교육과 알고리즘교육에 참여한 직원의 집합을 각각 A, B라 하면

$$n(U)=30,\ n(A)=22,\ n(B)=16,\ n((A\cup B)^C)=3$$

이다. 여기서 $n((A\cup B)^C)=3$이므로 $n(A\cup B)=30-3=27$이다.

따라서 MOS교육만 참여한 직원은

$$n(A)-n(A\cap B)=n(A\cup B)-n(B)=27-16=11(\text{명})$$

[문제 4-7] 30

풀이
경우의 수의 곱의 법칙에 의하여 $6\times5=30$이다.

[문제 4-8] 6가지
풀이
아이스크림을 선택하는 사건을 A, 과자를 선택하는 사건을 B라 하면 A={딸기, 바닐라, 초코}, B={크런치, 감자칩}으로 나타낼 수 있다. 이때 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수이므로 $n(A)\times n(B)=3\times2=6$이다.

[문제 4-9] 14
풀이
A에서 B를 거쳐 D로 가는 경우의 수는 $2\times3=6$, A에서 C를 거쳐 D로 가는 경우의 수는 $4\times2=8$이므로 A에서 D로 가는 모든 경우의 수는 6+8=14이다.

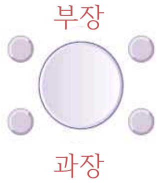
[문제 4-10] ① 100 ② 90
풀이
① 복원추출: $10\times10=100$
② 비복원추출: $10\times9=90$

[문제 4-11] 24360
풀이
30명에서 세 명을 뽑아 일렬로 나열하여 첫 번째, 두 번째, 세 번째 사람을 각각 회장, 부회장, 총무로 생각하면 구하는 경우의 수는 ${}_{30}P_3=30\times29\times28=24360$이다.

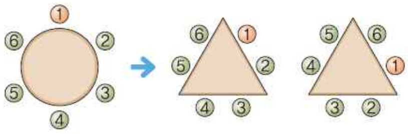
[문제 4-12] (a) 240 (b) 48
풀이
(1) A, F를 한 사람으로 생각하면 모두 5명이고, 5명이 한 줄로 앉는 경우의 수는 $5!$이다. 이때 각 경우에 대하여 A, F의 두 사람이 자리를 바꾸는 경우의 수가 $2!$이므로 구하는 경우의 수는 $5!\times2!=240$이다.
(2) B, D가 양 끝에 앉는 경우의 수는 $2!$이고, 각 경우에 대하여 나머지 4명이 앉는 경우의 수는 $4!$이므로 구하는 경우의 수는 $2!\times4!=48$이다.

[문제 4-13] 12
풀이
두 가구 A, B를 직접 연결하는 도로와 세 가구 C, D, E를 직접 연결하는 도로가 없으므로 5개의 가구를 모두 방문하려면 C, D, E와 A, B를 교대로 지나가야 한다. C, D, E를 일렬로 나열하는 경우의 수는 ${}_3P_3=3!=6$이고, A, B를 일렬로 나열하는 경우의 수는 ${}_2P_2=2!=2$이다. 이때 일렬로 나열한 C, D, E 사이에 A, B를 넣어야 하므로 구하려는 경우의 수는 $6\times2=12$이다.

[문제 4-14] (a) 48 (b) 24
풀이
(a) 부장과 과장을 한 쌍으로 보고 5명이 둘러앉는 방법의 수를 구하면 $(5-1)!$이고, 부장과 과장이 서로 자리를 바꾸어 앉는 방법은 $2!$가지이므로 구하는 방법의 수는 $(5-1)!\times2!=4!\times2!=48$이다.
(b) 오른쪽 그림과 같이 부장과 과장이 먼저 자리에 앉게 하고 네 사람은 나머지 자리에 앉으면 된다. 따라서 구하는 방법의 수는 4!=24이다.



[문제 4-15] 120
풀이
6명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는 $(6-1)!=5!=120$
이때 정삼각형 모양의 테이블에서는 각 경우에 대하여 오른쪽 그림과 같이 서로 다른 경우가 2가지씩 있다. 따라서 구하는 경우의 수는 $120\times2=240$이다.



마찬가지로 위 공식을 이용하면 $\frac{6!}{3}=120$이다.

[문제 4-16] 81

풀이

서로 다른 선물 3개에서 4명을 택하는 중복순열의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 ${}_3\Pi_4=3^4=81$이다.

[문제 4-17] 8

풀이

오른쪽 그림과 같이 편지에 1, 2, 3의 번호를 붙이고, A 우체통에 넣는 편지는 A, B우체통에 넣는 편지는 B로 표시하면 이것은 A, B에서 중복을 허락하여 3개를 뽑는 순열의 수와 같다. 따라서 구하는 경우의 수는 ${}_2\Pi_3=2^3=8$이다.

[문제 4-18] (a) 180 (b) 20

풀이

(1) 하나의 s를 제외한 나머지 6개의 문자를 일렬로 나열하면 된다. 이때 6개의 문자에서 c가 2개, s가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!\cdot 2!}=180$이다.

(2) 모음 e, u가 양 끝에 오는 경우의 수는 2!이고, 나머지 5개의 문자 s, c, c, s, s를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!\cdot 3!}$이므로 구하는 경우의 수는 $2!\cdot\frac{5!}{2!\cdot 3!}=2\cdot 10=20$이다.

[문제 4-19] 34

풀이

최단 거리로 가려면 오른쪽으로 4칸, 위쪽으로 3칸을 가야 한다. 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b로 나타내면 최단 거리로 가는 경우의 수는 a, a, a, a, b, b, b를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같다. 그런데 C점을 지나는 경우는 b, b, b, a, a, a, a의 1가지이므로 C지점을 지나지 않고 가는 경우의 수는 $\frac{7!}{4!\cdot 3!}-1=35-1=34$이다.

[문제 4-20] 35

풀이

서로 다른 7개에서 4개를 선택하는 조합의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 ${}_7C_4=\frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}=35$이다.

[문제 4-21] (a) 40 (b) 74

풀이

(a) 남자 4명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_4C_1$이고, 여자 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_2$이다. 따라서 구하는 경우의 수는 ${}_4C_1\times{}_5C_2=\frac{4}{1}\times\frac{5\times4}{2\times1}=40$이다.

(b) 9명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_9C_3$이고, 이 중에서 3명이 모두 여자인 경우의 수는 ${}_5C_3$이다.

따라서 구하는 경우의 수는 ${}_9C_3-{}_5C_3=\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}-\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=84-10=74$이다.

[문제 4-22] 315

풀이

먼저 8개의 팀을 4팀씩 두 조로 나누고, 그 두 조를 각각 2팀씩 두 조로 나누는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\left({}_8C_4\times{}_4C_4\times\frac{1}{2!}\right)\left({}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}\right)^2&=35\times3^2\\&=35\times9\\&=315\end{aligned}$$

[문제 4-23] 6

<u>풀이</u>

서로 다른 3개 중에서 중복을 허용하여 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 다음과 같다.

$${}_3H_2 = {}_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = 6$$

[문제 4-24] 84개

<u>풀이</u>

서로 다른 항의 개수는 a, b, c, d의 네 문자에서 중복을 허락하여 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_4H_6 = {}_{4+6-1}C_6 = {}_9C_6 = {}_9C_3 = 84$이다.

[문제 4-25] ${}_nH_{r-n} = {}_{r-1}C_{r-n} = {}_{r-1}C_{n-1}$

<u>풀이</u>

$y_i = x_i - 1\,(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$라 하면 y_i는 음이 아닌 정수이고 주어진 방정식은 다음과 같다.

$$y_1 + y_2 + \cdots + y_n = r - n$$

따라서 이 방정식의 해의 개수는 다음과 같다.

$${}_nH_{r-n} = {}_{r-1}C_{r-n} = {}_{r-1}C_{n-1}$$

[문제 4-26] 6

<u>풀이</u>

$x+y=5$가 되는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수와 같다. 따라서

$${}_2H_5 = {}_6C_5 = {}_6C_1 = 6$$

[문제 4-27] $a^4 - 12a^3b + 54a^2b^2 - 108ab^3 + 81b^4$

<u>풀이</u>

$$\begin{aligned}(a-3b)^4 &= {}_4C_0a^4 + {}_4C_1a^3(-3b) + {}_4C_2a^2(-3b)^2 + {}_4C_3a(-3b)^3 + {}_4C_4(-3b)^4 \\ &= a^4 - 4\cdot 3a^3b + 6\cdot 9a^2b^2 - 4\cdot 27ab^3 + 81b^4 \\ &= a^4 - 12a^3b + 54a^2b^2 - 108ab^3 + 81b^4\end{aligned}$$

[문제 4-28] 56

<u>풀이</u>

풀이 ${}_2C_0 = {}_3C_0$이므로

$$\begin{aligned}&{}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5 \\ &= {}_3C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5 \\ &= {}_4C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5 \\ &= {}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5 \\ &= {}_6C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5 \\ &= {}_7C_4 + {}_7C_5 \\ &= {}_8C_5 = {}_8C_3 \\ &= \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1} = 56\end{aligned}$$

[문제 4-29] 24

<u>풀이</u>

전개식의 일반항은 ${}_4C_r(2x^2)^{4-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r = {}_4C_r 2^{4-r}(-1)^r x^{8-3r}$이다.

$x^{8-3r} = x^2$에서 $8-3r=2$, 즉, $r=2$이다.

따라서 x^2의 계수는 ${}_4C_2 \cdot 2^2 \cdot (-1)^2 = 24$이다.

[문제 4-30] $\frac{1}{4}$

풀이

두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 눈이 나오는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$이다. 이때 모두 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는 다음의 9가지이다.

(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$이다.

[문제 4-31] $\frac{5}{36}$

풀이

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 시행에서 표본공간 S는 $S = \{(1,1),(1,2),\cdots,(6,5),(6,6)\}$이므로 $n(S) = 36$

또 나오는 눈의 수의 합이 8인 사건을 A라고 하면 $A = \{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$이므로 $n(A) = 5$

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A) = \frac{5}{36}$이다.

[문제 4-32] $\frac{41}{50}$

풀이

보통이라고 응답한 고객은 52명, 만족이라고 응답한 고객은 112명이므로 보통 또는 만족이라고 응답한 고객은 모두 164명이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{164}{200} = \frac{41}{50}$이다.

[문제 4-33] 0.015

풀이

인천 공항을 통하여 입국한 전체 외래객 500,549명 중에서 국적이 러시아인 사람이 7,547명이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{7,547}{500,549} = 0.01507744\cdots$이므로 반올림하여 소수 셋째 자리까지 나타내면 0.015이다.

[문제 4-34] 0.32

풀이

전국 신생아는 438,420명이다. 경기도에서 태어난 신생아는 113,495명이고, 인천에서 태어난 신생아는 25,491명이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{113,495 + 25,491}{438,420} = 0.317015647\cdots$이므로 반올림하여 소수 둘째 자리까지 나타내면 0.32이다.

[문제 4-35] (a) {1, 2} (b) {1, 2, 3, 4, 6, 8} (c) {4, 5, 7, 8, 9} (d) {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

풀이

$A = \{1,2,3,6\}$, $B = \{1,2,4,8\}$이므로

(a) $A \cap B = \{1, 2\}$ (b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

(c) $A^C = \{4, 5, 7, 8, 9\}$ (d) $A^C \cup B^C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

[문제 4-36] (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{9}{50}$

풀이

(1) 카드에 적힌 수가 4의 배수인 사건을 A, 5의 배수인 사건을 B라고 하면 $n(A) = 12$, $n(B) = 10$, $n(A \cap B) = 2$이므로

$$\mathrm{P}(A) = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}, \quad \mathrm{P}(B) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}, \quad \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$$

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{6}{25} + \frac{1}{5} - \frac{1}{25} = \frac{2}{5}$이다.

(2) 카드에 적힌 수가 3 이하인 사건을 C, 45 이상인 사건을 D라고 하면 $n(C) = 3$, $n(D) = 6$이므로

$$\mathrm{P}(C)=\frac{3}{50},\quad \mathrm{P}(D)=\frac{6}{50}=\frac{3}{25}$$

이때 사건 C와 사건 D는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은 $\mathrm{P}(C\cup D)=\mathrm{P}(C)+\mathrm{P}(D)=\frac{3}{50}+\frac{3}{25}=\frac{9}{50}$이다.

[문제 4-37] $\frac{1}{2}$

풀이

파마를 하는 손님인 사건을 A, 염색을 하는 손님인 사건을 B라 하면 $\mathrm{P}(A)=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{4}{10}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{10}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{3}{10}+\frac{4}{10}-\frac{2}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$이다.

[문제 4-38] $\frac{17}{38}$

풀이

적어도 한 개의 당첨 제비를 뽑는 사건을 A라고 하면, 여사건 A^C는 당첨 제비를 한 개도 뽑지 못하는 사건이므로 $\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_{15}\mathrm{C}_2}{{}_{20}\mathrm{C}_2}=\frac{21}{38}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{21}{38}=\frac{17}{38}$이다.

[문제 4-39] $\frac{29}{33}$

풀이

적어도 하나에는 콩이 들어 있는 사건을 A라고 하면, 여사건 A^C는 둘 다에 깨가 들어 있는 사건이고,

$$n(A^C)=45-29=16$$

이므로 A^C의 확률은 $\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_{16}\mathrm{C}_2}{{}_{45}\mathrm{C}_2}=\frac{4}{33}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{4}{33}=\frac{29}{33}$이다.

[문제 4-40] $\frac{68}{87}$

풀이

A등급, B등급, C등급을 받은 사람은 각각 9명, 12명, 9명이다. 전체 직원 30명 중 4명을 임의로 선택했을 때, 4명 모두 B등급 또는 C등급을 받은 사람이 선택되는 사건을 D라고 하면, A등급을 받은 사람이 적어도 1명 포함되는 사건은 D^C이다.

$$\mathrm{P}(D)=\frac{{}_{21}\mathrm{C}_4}{{}_{30}\mathrm{C}_4}=\frac{5,985}{27,405}=\frac{19}{87}$$

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(D^C)=1-\mathrm{P}(D)=1-\frac{19}{87}=\frac{68}{87}$이다.

[문제 4-41] $\frac{9}{20}$

풀이

회사의 신입사원 중에서 임의로 한 명을 뽑을 때, 그 사람이 C 지역 출신인 사건을 A, 남자 직원인 사건을 B라 하면 $\mathrm{P}(A)=\frac{20}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{9}{100}$이다.

따라서 구하는 확률은 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이므로 $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{9}{100}}{\frac{20}{100}}=\frac{9}{20}$이다.

[문제 4-42] $\frac{4}{9}$

풀이

회사 직원 중에서 임의로 한 명을 뽑을 때, 그 직원이 중국어를 할 수 있는 직원인 사건을 A, 여자 직원인 사건을 B 라 하면 $\mathrm{P}(A)=\frac{18}{34}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{8}{34}$이다.

따라서 구하는 확률은 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이므로 $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{8}{34}}{\frac{18}{34}}=\frac{4}{9}$이다.

[문제 4-43] 금나래: $\frac{1}{5}$, 박미래: $\frac{1}{5}$

풀이

금나래가 당첨되는 사건을 A라고 하면 $\mathrm{P}(A)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$이다.

박미래가 당첨되는 사건을 B라고 하면 사건 B가 일어나는 것은 금나래가 당첨되고 박미래가 당첨되는 경우이거나, 금나래가 당첨되지 않고 박미래가 당첨되는 경우이므로

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{19}=\frac{3}{95}$$

$$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{19}=\frac{16}{95}$$

$$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{3}{95}+\frac{16}{95}=\frac{1}{5}$$

이다. 따라서 금나래가 당첨될 확률은 $\frac{1}{5}$, 박미래가 당첨될 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

[문제 4-44] (a) 생략 (b) 생략

풀이

$A=\{2, 4, 6\}$, $B=\{1, 2\}$, $C=\{1, 2, 4\}$이므로 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{1}{2}$

(1) $A\cap B=\{2\}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}$이다.

또 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이다.

따라서 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.

(2) $A\cap C=\{2, 4\}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap C)=\frac{1}{3}$이다.

또 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap C)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)$이다.

따라서 두 사건 A와 C는 서로 종속이다.

[문제 4-45] $\frac{27}{64}$

풀이

한 번의 시행에서 오타가 있는 메시지를 전송할 확률이 $0.25=\frac{1}{4}$이므로 구하는 확률은 ${}_4\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$이다.