<NCS를 기반으로 한 직무 기초수학>

[문제] 답+풀이

2장

Chapter_02

[문제 2-1] (1) 집합이다. (2) 집합이 아니다. (3) 집합이 아니다. (4) 집합이다.

<u>풀이</u>

(1) '$\frac{13}{4}$보다 작은 자연수의 모임'은 그 대상을 분명하게 정할 수 있으므로 집합이고, 이 집합의 원소는 1, 2, 3이다.

(2) '낮은 산의 모임'은 '낮다'라는 조건이 명확하지 않아 그 대상을 분명하게 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

(3) '유명한 사람의 모임'은 '유명하다'라는 조건이 명확하지 않아 그 대상을 분명하게 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

(4) '우리 반 학생 중에서 3월에 태어난 학생의 모임'은 그 대상을 분명하게 정할 수 있으므로 집합이고, 이 집합의 원소는 각각의 학생에 따라 달라질 수 있다.

[문제 2-2] (1) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} (2) {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, …}

<u>풀이</u>

(1) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

(2) {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, …}

[문제 2-3] (1) $\{x \mid x\text{는 }6\text{의 배수}\}$ (2) $\{x \mid x\text{는 }49\text{ 이하의 홀수}\}$

<u>풀이</u>

(1) 주어진 집합의 원소를 살펴보면 모두 6의 배수이므로 $\{x \mid x\text{는 }6\text{의 배수}\}$이다.

(2) 주어진 집합의 원소는 49 이하의 홀수이므로 $\{x \mid x\text{는 }49\text{ 이하의 홀수}\}$이다.

[문제 2-4] (1) 유한집합 (2) 무한집합 (3) 유한집합 (4) 공집합

<u>풀이</u>

(1) 3의 약수는 1, 3이므로 유한집합이다.

(2) 1보다 큰 자연수는 2, 3, 4, $\cdots$이므로 무한집합이다.

(3) $|x| \le 1$인 정수는 -1, 0, 1이므로 유한집합이다.

(4) 6의 약수는 1, 2, 3, 6이고 6보다 큰 약수는 없으므로 D는 공집합이다.

[문제 2-5] (1) $\subset$ (2) $\not\subset$ (3) $\subset$ (4) $\not\subset$

<u>풀이</u>

(1) 집합 {1, 2, 3}의 모든 원소는 집합 {1, 2, 3, 4}의 원소이므로 $\subset$이다.

(2) 두 집합 사이에는 포함 관계가 없으므로 $\not\subset$이다.

(3) 6의 약수는 1, 2, 3, 6이고, 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 $\subset$이다.

(4) 두 집합 사이에는 포함 관계가 없으므로 $\not\subset$이다.

[문제 2-6] (1) 2^5 (2) 2^5

풀이

(1) x, y를 포함하는 부분집합의 개수는 집합 A에서 x, y를 제외한 집합 $\{a, b, c, d, z\}$의 부분집합의 개수와 같으므로 그 개수는 2^5이다.

(2) a, c를 포함하지 않는 부분집합의 개수는 집합 A에서 a, c를 제외한 집합 $\{b, d, x, y, z\}$의 부분집합의 개수와 같으므로 그 개수는 2^5이다.

[문제 2-7] ⑤

<u>풀이</u>

① 임의의 집합 A에 대하여 $\varnothing \subset A$이므로 $\varnothing \subset \{a, b\}$

② $\varnothing$은 한 개의 원소도 갖지 않으므로 $0 \not\in \varnothing$

③ a는 $\{a, b\}$의 원소이므로 $a \in \{a, b\}$
④ 임의의 집합 A에 대하여 $\varnothing \subset A$이므로 $\varnothing \subset \varnothing$
⑤ 임의의 집합 A에 대하여 $A \subset A$이므로 $\{a, b\} \subset \{a, b\} = \{b, a\}$

[문제 2-8] (1) $A = B$ (2) $A = B$ (3) $A \neq B$ (4) $A = B$

풀이

(1) 10의 약수는 1, 2, 5, 10이므로 $A = B$이다.
(2) $x^2 - 5x = 0$의 해는 $x = 0$ 또는 $x = 5$이므로 $A = B$이다.
(3) $A \subset B$이므로 $A \neq B$이다.
(4) 5보다 큰 4의 약수는 없으므로 $A = \varnothing$이다. 즉, $A = B$이다.

[문제 2-9] $\varnothing, \{1\}, \{2\}$

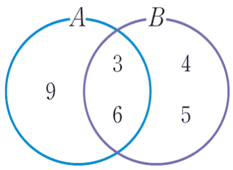
풀이

집합 $A = \{1, 2\}$의 부분집합을 모두 구하면 $\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$이다. 이때 부분집합 $\varnothing, \{1\}, \{2\}$는 집합 A의 진부분집합이다.

[문제 2-10] $A \cap B = \{3, 6\}$, $A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 9\}$

풀이

두 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $A \cap B = \{3, 6\}$, $A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 9\}$

[문제 2-11] (1) $\{2, 4\}$ (2) $\{1, 5, 7, 9\}$

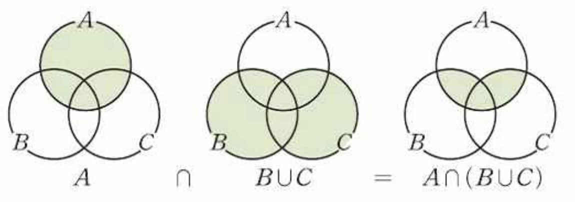
풀이

(1) $A - B = \{2, 4\}$
(2) $A^C \cap B = B - A$이므로 $B - A = \{1, 5, 7, 9\}$

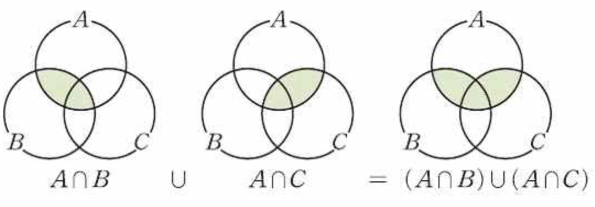
[문제 2-12] 생략

풀이

[좌변]



[우변]



따라서 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$가 성립한다.

[문제 2-13] (1) 16 (2) 1

풀이

(1) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 12 + 7 - 3 = 16$

(2) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서

$$9=6+4-n(A\cap B)$$

따라서 $n(A\cap B)=1$이다.

[문제 2-14] 27명

풀이

스파게티를 주문한 손님의 집합을 A, 비빔밥을 주문한 손님의 집합을 B라 하면 $n(A)=12$, $n(B)=20$, $n(A\cap B)=5$이다. 따라서 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=12+20-5=27$이다.

[문제 2-15] 12명

풀이

전통놀이를 선택한 직원의 집합을 A, 도예를 선택한 직원의 집합을 B라 하면 $n(A)=35$, $n(B)=23$, $n(A\cup B)=46$이다. 따라서 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$, $46=35+23-n(A\cap B)$이므로 $n(A\cap B)=12$이다.

[문제 2-16] B

풀이

$$\begin{aligned}
& (A\cup B)\cap(A^C\cup B) \\
=\ & [(A\cup B)\cap A^C]\cup[(A\cup B)\cap B] \\
=\ & [(A\cap A^C)\cup(B\cap A^C)]\cup[(A\cap B)\cup(B\cap B)] \\
=\ & [\varnothing\cup(A^C\cap B)]\cup[(A\cap B)\cup B] \\
=\ & (A^C\cap B)\cup B \\
=\ & (B-A)\cup B \\
=\ & B
\end{aligned}$$

[문제 2-17] 7

풀이

$n(A^C\cap B^C)=n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$이므로 $5=35-n(A\cup B)$, $n(A\cup B)=30$이다.

그런데 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$이므로 $n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=17+20-30=7$

[문제 2-18] 5명

풀이

홍길동전을 읽은 직원의 집합을 A, 심청전을 읽은 직원의 집합을 B라 하면

$n(A)=30$, $n(B)=33$, $n(A\cap B)=18$이다.

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=30+33-18=45$

이고, 두 책 중 어느 한 책도 읽지 않은 직원의 수는 다음과 같다.

$$n((A\cup B)^C)=50-n(A\cup B)=50-45=5$$

[문제 2-19] 최댓값: 37, 최솟값: 23

풀이

조사한 입장객 전체의 집합을 U, 롤러코스터를 이용한 입장객의 집합을 A, 바이킹을 이용한 입장객의 집합을 B라고 하면 $n(U)=60$, $n(A)=46$, $n(B)=37$이다.

두 놀이기구를 모두 이용한 입장객 수 $n(A\cap B)$는 $n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=83-n(A\cup B)$이다.

(ⅰ) $n(A\cap B)$의 값이 최대인 경우는 $n(A\cup B)$의 값이 최소일 때, 즉 $B\subset A$일 때이므로 $n(A\cap B)$의 최댓값은

$$n(A\cap B)=83-n(A\cup B)=83-n(A)=83-46=37$$

(ⅱ) $n(A\cap B)$의 값이 최소인 경우는 $n(A\cup B)$의 값이 최대일 때, 즉 $A\cup B=U$일 때이므로 $n(A\cap B)$의 최솟값은

$$n(A\cap B)=83-n(A\cup B)=83-n(U)=83-60=23$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 놀이기구를 모두 이용한 입장객 수의 최댓값은 37, 최솟값은 23이다.

[문제 2-20] (1) 명제, $\sqrt{5}$는 무리수가 아니다. (2) 조건, x는 10의 약수가 아니다.

풀이

(1) $\sqrt{5}$는 무리수이므로 참인 명제이다. 명제 '$\sqrt{5}$는 무리수이다.'의 부정은 '$\sqrt{5}$는 무리수가 아니다.'이다.

(2) x의 값에 따라서 참이나 거짓이 결정되므로 조건이다. 조건 'x는 10의 약수이다.'의 부정은 'x는 10의 약수가 아

니다.'이다.

[문제 2-21] (1) 가정: 삼각형 ABC가 정삼각형이다.   결론: 세 내각의 크기는 같다. (2) 두 수 a, b는 정수이다. 결론: $a+b$는 정수이다.

<u>풀이</u>

(1) 명제 '정삼각형 ABC의 세 내각의 크기는 같다.'를 $p \rightarrow q$ 꼴로 바꾸면

　　'삼각형 ABC가 정삼각형이면 세 내각의 크기는 같다.'

이므로 '삼각형 ABC가 정삼각형이다.'는 가정이고, '세 내각의 크기는 같다.'는 결론이다.

(2) 명제 '두 수 a, b가 정수이면 $a+b$는 정수이다.'는 $p \rightarrow q$ 꼴이므로

　　'두 수 a, b가 정수이다.'는 가정이고, '$a+b$는 정수이다.'는 결론이다.

[문제 2-22] (1) p의 진리집합: $\{1, 2, 4\}$, $\sim p$의 진리집합: $\{0, 3\}$ (2) q의 진리집합: $\{0, 1\}$, $\sim q$의 진리집합: $\{2, 3, 4\}$

<u>풀이</u>

(1) 4의 약수는 1, 2, 4이므로 p의 진리집합은 $P=\{1, 2, 4\}$이다. 따라서 $\sim p$의 진리집합은 $P^C=\{0, 3\}$이다.

(2) $x(x-1)=0$을 만족하는 원소는 0, 1이므로 q의 진리집합은 $Q=\{0, 1\}$이다. 따라서 $\sim q$의 진리집합은 $Q^C=\{2, 3, 4\}$이다.

[문제 2-23] (1) 참　(2) 거짓

<u>풀이</u>

주어진 명제의 가정을 p, 결론을 q라 하고, 각각의 진리집합을 P, Q라고 하자.

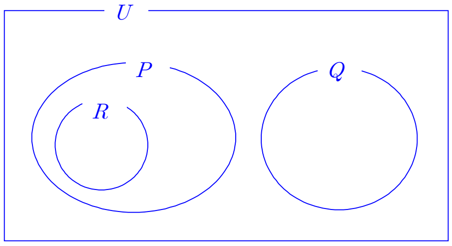
(1) 'p: $x+3=0$', 'q: $x^2+3x=0$'이므로 $P=\{-3\}$, $Q=\{-3, 0\}$이다. 따라서 $P \subset Q$이므로 주어진 명제는 참이다.

(2) 'p: x는 18의 약수이다.', 'q: x는 6의 약수이다.'이므로 $P=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $Q=\{1, 2, 3, 6\}$이다. 따라서 $Q \subset P$, 즉 $P \not\subset Q$이므로 주어진 명제는 거짓이다.

[문제 2-24] (1) 참　(2) 참　(3) 거짓　(4) 거짓

<u>풀이</u>

세 진리집합을 벤 다이어그램으로 그리면 오른쪽 그림과 같다.



(1) $R \subset P$이므로 명제 $r \rightarrow p$는 참이다.

(2) $Q \subset R^c$이므로 명제 $q \rightarrow \sim r$는 참이다.

(3) $R^c \not\subset P^c$이므로 명제 $\sim r \rightarrow \sim p$는 거짓이다.

(4) $P^c \not\subset R$이므로 명제 $\sim p \rightarrow r$는 거짓이다.

[문제 2-25] (1) 거짓 (2) 참

<u>풀이</u>

(1) $-1<0$이므로 '모든 x에 대하여 $x>0$이다.'는 거짓이다.

(2) 전체집합 U의 원소 중에서 $-1 \neq |-1|$이지만 $0=|0|, 1=|1|$이므로 '어떤 x에 대하여 $x=|x|$이다.'는 참이다.

[문제 2-26] (1) 참　(2) 거짓

<u>풀이</u>

(1) 명제 '모든 $x \in U$에 대하여 $x>2$이다.'의 부정은 '어떤 $x \in U$에 대하여 $x \leq 2$이다.'이다.
조건을 만족하는 자연수 1, 2가 있으므로 이 명제는 참이다.

(2) 명제 '어떤 $x \in U$에 대하여 $x \neq 1$이다.'의 부정은 '모든 $x \in U$에 대하여 $x=1$이다.'이다.
1, 2, 3, ⋯은 모두 자연수이므로 이 명제는 거짓이다.

[문제 2-27] (1) 부정: 어떤 자연수 x에 대하여 $x^2-3x+2 \neq 0$이다. 참
　　　　　　(2) 부정: 모든 평행사변형은 정사각형이 아니다. 거짓

<u>풀이</u>

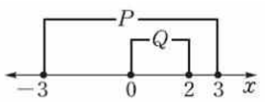
(1) 주어진 명제의 부정은 '어떤 자연수 x에 대하여 $x^2-3x+2 \neq 0$이다.'이고 $x=2$일 때, $x^2-3x+2 \neq 0$이므로 이

명제는 거짓이다.
(2) 주어진 명제의 부정은 '모든 평행사변형은 정사각형이 아니다'이고, 평행사변형 중에는 정사각형인 것도 있으므로 이 명제는 거짓이다.

[문제 2-28] 역: 이등변삼각형은 정삼각형이다. 거짓, 대우: 이등변삼각형이 아니면 정삼각형이 아니다. 참
풀이
역은 '이등변삼각형은 정삼각형이다.'이고, 이등변삼각형 중에는 정삼각형이 아닌 것이 있으므로 거짓이다. 대우는 '이등변삼각형이 아니면 정삼각형이 아니다.'이고, 이등변삼각형이 아니라면 두 변의 길이가 같지 않으므로 정삼각형이 될 수 없다. 따라서 참이다.

[문제 2-29] 생략
풀이
주어진 명제의 대우는
'자연수 n에 대하여 n이 짝수이면 n^2도 짝수이다.'
자연수 n이 짝수이면
$$n = 2k \ (k\text{는 자연수})$$
로 나타낼 수 있으므로
$$n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$$
이때 $2k^2$이 자연수이므로 n^2은 짝수이다.
따라서 주어진 명제는 참이다.

[문제 2-30] (1) 필요조건 (2) 필요충분조건
풀이
두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하자.



(1) $P=\{x\,|\,-3 \le x \le 3\}$, $Q=\{x\,|\,0 \le x \le 2\}$이므로 $Q \subset P$이고 $P \not\subset Q$이다.
따라서 p는 q이기 위한 필요조건이다.
(2) 조건 p에서 $x^2 = x$를 정리하면 $x^2 - x = 0$, $x(x-1) = 0$
따라서 $P=\{0, 1\}$, $Q=\{0, 1\}$이므로 $P=Q$이다.
그러므로 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

[문제 2-31] 필요조건
풀이
두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q하고 하면
$$P=\{x|x>0\} \cup \{x|x<-1\},\ Q=\{x|x>1\}$$
따라서 $Q \subset P$이므로 $q \Rightarrow p$이다. 따라서 p는 q이기 위한 필요조건이다.

[문제 2-32] 생략
풀이
합성명제 $p \wedge (q \vee r)$의 진리표를 작성하면 다음과 같다.

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	T	F	T	F
F	F	T	T	F
F	F	F	F	F

[문제 2-33] 항진명제

풀이

주어진 명제의 진리표를 작성하면 다음과 같다.

p	q	$p\to q$	$(p\to q)\wedge p$	$(p\to q)\wedge p\to q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

따라서 항진명제이다.

[문제 2-34] 햇빛이 빛나지 않고 나는 골프를 치고 있다. 항진도 모순도 아니다.

풀이

$\sim q$ 는 '나는 골프를 치고 있지 않다.'이므로 $p\wedge\sim q$는 '햇빛이 빛나고, 나는 골프를 치고 있지 않다.'이다. 따라서 $\sim(p\wedge\sim q)$는 $p\wedge\sim q$의 부정이므로 '햇빛이 빛나지 않고, 나는 골프를 치고 있다.'이다. 이 합성명제의 진리표는 다음과 같다.

p	q	$\sim q$	$p\wedge\sim q$	$\sim(p\wedge\sim q)$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

따라서 항상 참도 거짓도 아니므로 항진명제도 모순명제도 아니다.

[문제 2-35] ④

풀이

모든 뱀의 영역은 U, 임의의 변수 x에 대하여 'x에 독이 있다.'를 $p(x)$라 하면 주어진 명제는 $\forall x,\ p(x)$이다. 이것을 부정하면 $\sim(\forall x,\ p(x))\equiv\exists x,\ \sim p(x)$이다. 따라서 '독이 없는 뱀도 있다.'가 주어진 명제의 부정과 동치이다.

[문제 2-36] 생략

풀이

$(p\to q)\equiv(\sim p\vee q)$이고 $(\sim p\vee q)\equiv\sim(p\wedge\sim q)\equiv\sim(\sim q\wedge p)$이므로 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned}(p\to q)&\equiv\sim(p\wedge\sim q)\\&\equiv\sim(\sim q\wedge p)\\&\equiv\sim[\sim q\wedge\sim(\sim p)]\\&\equiv(\sim q\to\sim p)\end{aligned}$$

따라서 대우법칙이 성립한다.

[문제 2-37] 생략

풀이

분배법칙, 모순정리 $p\wedge\sim p\equiv c$와 $c\vee p\equiv p$를 이용한다.

$$\begin{aligned}&(p\vee q)\wedge\sim p\\ &\equiv(p\wedge\sim p)\ \vee(q\wedge\sim p)\\ &\equiv c\vee(q\wedge\sim p)\\ &\equiv q\wedge\sim p\\ &\equiv\sim p\wedge q\\ &\Rightarrow q\end{aligned}$$

[문제 2-38] 참

풀이

명제를 다음과 같이 나타내자.

p: 금나래씨는 중국어 회화를 수강한다.

q: 금나래씨는 중국어 회화 공부를 열심히 한다.

r: 금나래씨는 고가 점수가 충족되어 승진한다.

s: 금나래씨는 행복하다.

따라서 논증은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

1 $p \rightarrow r$ 가정

2 $r \rightarrow s$ 가정

3 $\sim s / \sim p \vee \sim q$ 가정/결론

4 $\sim r$ 3의 가정, 2의 대우

5 $\sim p$ 1의 대우

6 $\sim p \vee \sim q$ 합의 법칙

$\therefore \sim p \vee \sim q$

그러므로 주어진 논증은 참이다.

[문제 2-39] 참

<u>풀이</u>

단순 명제를 다음과 같이 나타내자.

p: 김 대리는 독감에 걸리지 않았다.

q: 김 대리는 회사에 출근할 것이다.

r: 김 대리는 회사에서 홍보 기획을 할 것이다.

s: 김 대리는 장 과장을 만날 것이다.

t: 김 대리는 양 대리를 만날 것이다.

u: 김 대리는 당구장에 갔다.

논증은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

1. $p \rightarrow q$ 가정

2. $q \rightarrow r$ 가정

3. $r \rightarrow s$ 가정

4. $s \rightarrow t$ 가정

5. $\sim t$ 가정

6. $p \vee u$ $/u$ 가정/결론

7. $\sim s$ 5, 4의 대우

8. $\sim r$ 7, 3의 대우

9. $\sim q$ 8, 2의 대우

10 $\sim p$ 9, 1의 대우

11 u 10과 6

$\therefore u$ 결론

그러므로 주어진 논증은 참이다.

[문제 2-40] (1) 함수가 아니다. (2) 함수이다. (3) 함수가 아니다. (4) 함수이다.

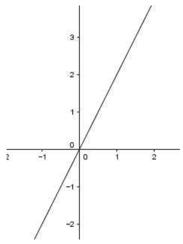
<u>풀이</u>

(1) X의 원소 4에 대응하는 Y의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
(2) X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩만 대응하므로 함수이다. 이 함수의 정의역은 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$이고, 공역은 $\{a,\ b,\ c,\ d\}$이다. 또 함숫값은 $f(1)=d,\ f(2)=a,\ f(3)=b,\ f(4)=c$이므로 치역은 $\{a,\ b,\ c,\ d\}$이다.
(3) X의 원소 2에 대응하는 Y의 원소가 $b,\ d$로 2개이므로 함수가 아니다.
(4) X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩만 대응하므로 함수이다. 이 함수의 정의역은 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$이고, 공역은 $\{a,\ b,\ c,\ d\}$이다. 또 함숫값은 $f(1)=a,\ f(2)=c,\ f(3)=d,\ f(4)=d$이므로 치역은 $\{a,\ c,\ d\}$이다.

[문제 2-41] (1) 함수의 그래프이다. (2) 함수의 그래프가 아니다. (3) 함수의 그래프이다.

<u>풀이</u>

(1) x축의 각 원소에 y축의 원소가 오직 하나씩 대응되므로 함수의 그래프이다.
(2) x축의 각 원소에 y축의 원소가 두 개씩 대응되므로 함수의 그래프가 아니다.
(3) x축의 각 원소에 y축의 원소가 오직 하나씩 대응되므로 함수의 그래프이다.



[문제 2-42] (1) 일대일함수이자 일대일 대응 (2) 일대일함수가 아니다.

<u>풀이</u>

정의역과 공역이 모든 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)=2x$는

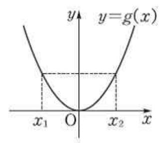
$$x_1 \neq x_2 \text{이면 } 2x_1 \neq 2x_2,\ \text{즉 } f(x_1) \neq f(x_2)$$

이므로 일대일함수이다. 또 치역과 공역이 같으므로 이 함수는 일대일 대응이다.

(2) 정의역과 공역이 모두 실수 전체의 집합인 함수 $g(x)=x^2$은

$$x_1 \neq x_2 \text{이지만 } {x_1}^2 = {x_2}^2,\ \text{즉 } g(x_1)=g(x_2)$$

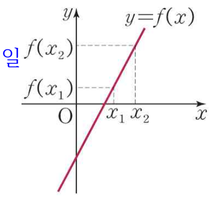
인 경우가 있으므로 일대일함수가 아니다. 특히 이 함수는 치역과 공역이 같지 않다.



[문제 2-43] 생략

<u>풀이</u>

임의의 두 실수 $x_1,\ x_2$에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1)-f(x_2)=2x_1-1-(2x_2-1)=2(x_1-x_2)\neq 0$이다.
따라서 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1)\neq f(x_2)$이다. 그리고 정의역이 $X=\{x \mid 0 \le x \le 2\}$일 때도 함수 $f(x)=2x-1$은 일대일함수이다. 한편 $0 \le x \le 2$일 때, $-1 \le 2x-1 \le 3$이므로 치역은$\{y \mid -1 \le y \le 3\}$이다.
따라서 치역과 공역이 일치하지 않으므로 함수 $f(x)=2x-1$은 일대일함수이지만 일대일 대응은 아니다.



[문제 2-44] (1) 일대일 대응, 항등함수 (3) 함수의 그래프가 아니다. (4) 상수함수

<u>풀이</u>

(1)은 일대일대응이며 항등함수의 그래프이고, (4)는 상수함수의 그래프이다. 특히 (3)은 함수의 그래프가 아니다.

[문제 2-45] (1) $3x+1$ (2) $3x-3$

<u>풀이</u>

각 함수의 정의역과 공역이 모두 실수 전체의 집합이므로 합성함수 $g\circ f$와 $f\circ g$가 각각 정의된다.
(1) $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(x+2)=3(x+2)-5=3x+1$
(2) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(3x-5)=(3x-5)+2=3x-3$

[문제 2-46] (1) $9x^2+2$ (2) $9x^2+2$

<u>풀이</u>

(1) $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(3x)=(3x)^2=9x^2$이므로 $(h\circ(g\circ f))(x)=h((g\circ f)(x))=h(9x^2)=9x^2+2$
(2) $(h\circ g)(x)=h(g(x))=h(x^2)=x^2+2$ 이므로 $((h\circ g)\circ f)(x)=$ $(h\circ g)(f(x))=(h\circ g)(3x)$
$=(3x)^2+2=9x^2+2$ 이다.

[문제 2-47] $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$

<u>풀이</u>

주어진 함수는 일대일 대응이므로 역함수가 존재한다.

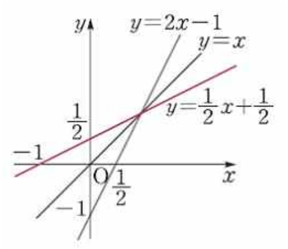
$y=3x+1$을 x에 대하여 풀면 $x=\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}$이다.

x와 y를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$이다.

[문제 2-48] 생략

풀이

함수 $y=2x-1$의 역함수는 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$이고, 이 두 함수의 그래프는 다음과 같이 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.



[문제 2-49] (1) 1,600g (2) 6개

풀이

70 m짜리 두루마리 화장지 x개를 생산하는 데 천연 펄프 y g이 사용된다고 하자. 화장지 한 개를 생산하는 데 천연 펄프 200 g이 사용되므로 화장지 x개를 생산하는 데는 천연 펄프 $200x$ g이 사용된다.

따라서 x, y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=200x$이다.

(1) $x=8$일 때 $y=200\times 8=1{,}600$이므로 화장지 8개를 생산하는 데 사용되는 천연 펄프는 1,600g이다.

(2) 화장지 a개를 생산하는 데 천연 펄프 1,250g이 사용된다고 하면 $x=a$일 때 $1{,}250=200a$, $a=6.25$이다.

따라서 천연 펄프 1,250g으로 생산할 수 있는 화장지는 6개이다.

[문제 2-50] (1) $y=\frac{480}{x}$ (2) 60줄

풀이

(1) 480개의 의자를 한 줄에 x개씩 y줄로 배열하므로 $xy=480$, $y=\frac{480}{x}$이다.

(2) 함수 $y=\frac{480}{x}$에 $x=8$을 대입하면 $y=\frac{480}{8}=60$이다.

따라서 의자를 한 줄에 8개씩 배열하면 60줄을 만들 수 있다.

[문제 2-51] (1) $y=\frac{400}{x}$ (2) 1시간 15분

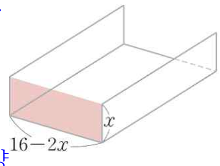
풀이

(1) 1시간당 x kcal를 소모하면 y시간당 소모하는 열량은 xy kcal이므로 $xy=400$, $y=\frac{400}{x}$이다.

(2) $x=320$일 때 $y=\frac{400}{320}=\frac{5}{4}$이므로, 400 kcal를 소모하는 데 $\frac{5}{4}$시간, 즉 1시간 15분이 걸린다.

[문제 2-52] 32cm^2

풀이

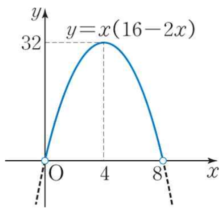


접은 한 쪽의 길이를 x cm라고 하면 단면의 가로의 길이는 $(16-2x)$cm이고, 각각의 길이는 양수이므로 $16-2x>0$, $x>0$ 이다. 따라서 $0<x<8$

이때 단면의 넓이를 $y\text{ cm}^2$라고 하면

$$y=x(16-2x)=-2x^2+16x=-2(x-4)^2+32 \text{ (단, } 0<x<8)$$

따라서 단면의 넓이의 최댓값은 $x=4$일 때 32 cm^2이다.



[문제 2-53] 450톤

<u>**풀이**</u>

1톤당 $\left(100-\frac{x}{10}\right)$만 원의 이익이 생기므로 x톤을 팔았을 때의 이익은

$$x\left(100-\frac{x}{10}\right)\text{만 원 ----①}$$

x톤을 운송하는 데 드는 비용은

$$(50+10x)\text{만 원 ----②}$$

순이익금을 y만 원이라고 하면 ①, ②에서

$$\begin{aligned} y &= x\left(100-\frac{x}{10}\right)-(50+10x) \\ &= -\frac{1}{10}(x-450)^2+\frac{450^2}{10}-50 \end{aligned}$$

따라서 $x=450$일 때 순이익금이 최대가 되므로 금나래씨는 450톤을 팔아야 한다.