1장 학습 정리

1.1 수 체계와 연산

1.1.1 수 체계

$$\text{실수}\begin{cases}\text{유리수}\begin{cases}\text{정수}\begin{cases}\text{양의 정수(자연수)} & 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\\ 0 & \\ \text{음의 정수} & -1,\ -2,\ -3,\ \cdots\end{cases}\\ \text{정수가 아닌 유리수} & \frac{1}{2},\ -0.23,\ 4.\dot{7},\ \cdots\end{cases}\\ \text{무리수} & \pi,\ -\sqrt{2},\ \sqrt{3}+1,\ \cdots\end{cases}$$

1.1.2 연산

(1) 계산 법칙

계산 법칙

1. 괄호 안의 식을 계산한다.
2. 거듭제곱의 식을 계산한다.
3. 여러 연산이 혼합하여 있을 경우 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산하고, 덧셈과 뺄셈을 계산한다.

(2) 대소비교

수의 대소 관계

❶ 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다.
❷ 양수는 음수보다 크다.
❸ 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크다.
❹ 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

1.2 단위

1.2.1 도량형과 단위 명칭

(1) 도량형

오늘날 국제 표준 단위인 미터의 기원은 1790년경에 발명 '십진미터법'이다. 길이를 의미하는 도(度), 부피를 재는 양(量), 무게를 다는 형(衡)을 합쳐 도량형이라 한다.

(2) 옛날 우리나라의 도량형

길이	1리 $\left(=\frac{1}{10}\text{분}\right)$	1푼 (=10리)	1치 (=10분)	1자 (=10촌)	1장 (=10자)
부피	1작 $\left(=\frac{1}{10}\text{홉}\right)$	1홉 (=10작)	1되 (=10홉)	1말 (=10되)	1섬 (=10말)
무게	1리 $\left(=\frac{1}{10}\text{분}\right)$	1푼 (=10리)	1전 (=10분)	1냥 (=10전)	1근 (=16냥)

(3) 단위 접두어

10^n	접두어	기호	한글 명칭	십진수 표현
10^{24}	요타 (yotta)	Y	자	1,000,000,000,000,000,000,000,000
10^{21}	제타 (zetta)	Z	십 해	1,000,000,000,000,000,000,000
10^{18}	엑사 (exa)	E	백 경	1,000,000,000,000,000,000
10^{15}	페타 (peta)	P	천 조	1,000,000,000,000,000
10^{12}	테라 (tera)	T	조	1,000,000,000,000
10^{9}	기가 (giga)	G	십 억	1,000,000,000
10^{6}	메가 (mega)	M	백 만	1,000,000
10^{3}	킬로 (kilo)	k	천	1,000
10^{2}	헥토 (hecto)	h	백	100
10^{1}	데카 (deca)	da	십	10
10^{0}	(없음)	(없음)	일	1
10^{-1}	데시 (deci)	d	십분의 일	0.1
10^{-2}	센티 (centi)	c	백분의 일	0.01
10^{-3}	밀리 (milli)	m	천분의 일	0.001
10^{-6}	마이크로 (micro)	μ	백 만분의 일	0.000001
10^{-9}	나노 (nano)	n	십 억분의 일	0.000000001
10^{-12}	피코 (pico)	p	일조분의 일	0.000000000001
10^{-15}	펨토 (femto)	f	천 조분의 일	0.000000000000001
10^{-18}	아토 (atto)	a	백 경분의 일	0.000000000000000001
10^{-21}	젭토 (zepto)	z	십 해분의 일	0.000000000000000000001
10^{-24}	욕토 (yocto)	y	일자분의 일	0.000000000000000000000001

1.2.2 여러 가지 단위

단위 환산표

단위	단위 환산
길이	$1\text{cm}=10\text{mm}$, $1\text{m}=100\text{cm}$, $1\text{km}=1{,}000\text{m}$
넓이	$1\text{cm}^2=100\text{mm}^2$, $1\text{m}^2=10{,}000\text{cm}^2$, $1\text{km}^2=1{,}000{,}000\text{m}^2$
부피	$1\text{cm}^3=1{,}000\text{mm}^3$, $1\text{m}^3=1{,}000{,}000\text{cm}^3$, $1\text{km}^3=1{,}000{,}000{,}000\text{m}^3$
들이	$1\text{mL}=1\text{cm}^3$, $1\text{dL}=100\text{cm}^3=100\text{mL}$, $1\text{L}=1{,}000\text{cm}^3=10\text{dL}$
무게	$1\text{kg}=1{,}000\text{g}$, $1\text{t}=1{,}000\text{kg}=1{,}000{,}000\text{g}$
시간	1분=60초, 1시간=60분=3,600초, 1일=24시간
할푼리	1푼=0.1할, 1리=0.01할, 1모=0.001할

1.3 약수와 배수

1.3.1 약수와 배수

자연수 a, b, c에 대하여, $a=b\times c$일 때, b와 c를 a의 약수(또는 인수)라 한다. 이때 a는 b의 배수 또는 a는 c의 배수라 한다.

1.3.2 소수와 합성수, 거듭제곱

(1) 소수와 합성수

1과 자기 자신만을 약수로 갖는 1보다 큰 자연수를 소수라 한다. 또 1보다 큰 수 중에서 소수가 아닌 자연수를 합성수라고 한다.

(2) 거듭 제곱

같은 문자 또는 수를 거듭 하여 여러 번 곱한 것을 의미한다.

1.3.3 소인수분해

자연수를 소인수만의 곱으로 나타내는 것을 "**소인수분해**한다."고 한다. 일반적으로 어떤 자연수를 소인수분해한 결과는 소인수를 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다. 일반적으로 소인수분해를 이용하면 약수의 개수와 약수의 합을 다음과 같이 구할 수 있다.

약수의 개수와 총합
자연수 n이 $n=x^p y^q \cdots z^r$과 같이 소인수분해되었을 때, n의 약수의 개수는 $(p+1)(q+1)\cdots(r+1)$이고 n의 약수의 총합은 $(x^0+x^1+\cdots+x^p)(y^0+y^1+\cdots+y^q)\cdots(z^0+z^1+\cdots+z^r)$이다.

1.3.4 최대공약수

두 수를 동시에 나누어떨어지게 하는 수를 공통인 약수라고 하여 간단히 **공약수**라고 한다. 공약수 중에서 가장 큰 수를 **최대공약수**라고 한다.

1.3.5 최소공배수

두 수의 배수에서 공통으로 들어가는 배수를 **공배수**라고 한다. 공배수 중에서 가장 작은 수를 **최소공배수**라고 한다.

1.3.6 서로소

어떤 두 수의 최대공약수를 구하면 1이 되는 경우도 있다. 예를 들어 두 자연수 5와 8의 최대공약수는 1이다. 이와 같이 최대공약수가 1인 두 자연수를 **서로소**라고 한다.

1.4 지수법칙, 곱셈공식과 인수분해

1.4.1 정수에 대한 지수법칙

지수법칙 (1)

$a \neq 0$, $b \neq 0$이고 m, n이 정수일 때,

❶ $a^m a^n = a^{m+n}$ ❷ $a^m \div a^n = a^{m-n}$

❸ $(a^m)^n = a^{mn}$ ❹ $(ab)^n = a^n b^n$

1.4.2 거듭제곱근

n이 2이상의 정수일 때, 실수 a에 대하여 n제곱하여 a가 되는 수, 즉 방정식

$$x^n = a$$

를 만족시키는 x를 a의 n거듭제곱근이라고 하며 $x = \sqrt[n]{a}$으로 나타낸다. a의 제곱근, 세제곱근, 네제곱근, $\cdots$을 통틀어 a의 **거듭제곱근**이라고 한다. 일반적으로 거듭제곱근에 대하여 다음이 성립한다.

거듭제곱근의 성질

$a > 0$, $b > 0$이고, m, n이 양의 정수일 때,

❶ $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ❷ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

❸ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ ❹ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

1.4.3 유리수와 실수에 대한 지수법칙

유리수인 지수

$a > 0$이고 m, $n(m > 0)$이 정수일 때,

❶ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ❷ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

지수법칙 (2)

$a > 0$, $b > 0$이고 r, s가 유리수일 때,

❶ $a^r a^s = a^{r+s}$ ❷ $a^r \div a^s = a^{r-s}$

❸ $(a^r)^s = a^{rs}$ ❹ $(ab)^r = a^r b^r$

지수법칙 (3)

$a > 0$, $b > 0$이고 x, y가 실수일 때,

❶ $a^x a^y = a^{x+y}$ ❷ $a^x \div a^y = a^{x-y}$

❸ $(a^x)^y = a^{xy}$ ❹ $(ab)^x = a^x b^x$

1.4.4 곱셈공식

곱셈공식

❶ $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

❷ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

❸ $(a+b)(a-b)= a^2-b^2$

❹ $(x+a)(x+b)= x^2+(a+b)x+ab$

❺ $(ax+b)(cx+d)= acx^2+(ad+bc)x+bd$

1.4.5 인수분해

인수분해공식

❶ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

❷ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

❸ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

❹ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

❺ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

1.5. 방정식의 활용

1.5.1 등식의 성질

등식의 성질

❶ 등식의 양변에 같은 수를 더해도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $a+c=b+c$

❷ 등식의 양변에서 같은 수를 빼도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $a-c=b-c$

❸ 등식의 양변에 같은 수를 곱해도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $ac=bc$

❹ 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq 0$)

1.5.4 연립일차방정식

두 개 이상의 방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 **연립방정식**이라 하며, 각각의 방정식이 일차방정식인 연립방정식을 연립일차방정식이라고 한다.

1.5.5 이차방정식의 풀이

이차방정식의 근의 공식

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해는

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ \ (\text{단, } b^2-4ac\geq 0)$$

1.6 부등식

1.6.1 부등식

일반적으로 부등식은 부등호를 사용하여 나타낸 식이다.

1.6.2 연립부등식

두 개 이상의 부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것은 **연립부등식**이라 하며, 각각의 부등식이 일차부등식인 연립부등식을 **연립일차부등식**이라고 한다.