<NCS를 기반으로 한 직무 기초수학>

[문제] 답+풀이

5장

Chapter_05

[문제 5-1] ⑤

<u>풀이</u>

무게가 25kg인 물건을 서울에서 부산으로 보낼 때 9000원이 필요하다. 대전에서 제주도로 보낼 때, 항공을 이용하면 11000원이 필요하고, 배를 이용하면 9000원이 필요하므로 항상 비싸지는 않다.

[문제 5-2] 사망자 수는 늘고, 출생자 수는 줄기 때문에 미래에 인구절벽 현상이 올 것이다.

<u>풀이</u>

사망자 수를 보면 매년 점차 늘고 있다. 반면 출생자 수는 매년 점점 줄고 있다. 따라서 사망자는 늘고 출생자는 줄어들어 나중에는 사망자 수가 출생자 수를 넘게 되어 결국 인구절벽 현상이 될 것이다.

[문제 5-3] 생략

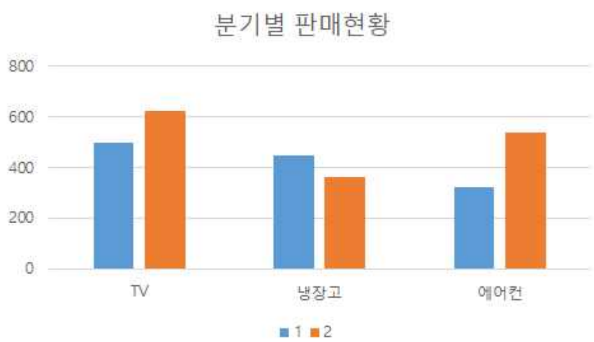
<u>풀이</u>

제시된 자료를 선그래프로 나타내면 다음과 같고, 이 그래프로부터 청소년 흡연율은 지속적으로 감소하고 있음을 알 수 있다.

[문제 5-4] 생략

<u>풀이</u>

제시된 자료를 막대그래프로 나타내면 다음과 같다. 이 그래프로부터 1분기보다 2분기에 TV와 에어컨이 많이 팔린 반면, 냉장고는 2분기에 더 많이 팔렸음을 알 수 있다.



[문제 5-5] 생략

<u>풀이</u>

제시된 자료를 원그래프로 나타내면 다음과 같다. 이 그래프로부터 전체 매출액 중에서 식품의 비중이 가장 크다는

것을 알 수 있다.

[문제 5-6] 생략

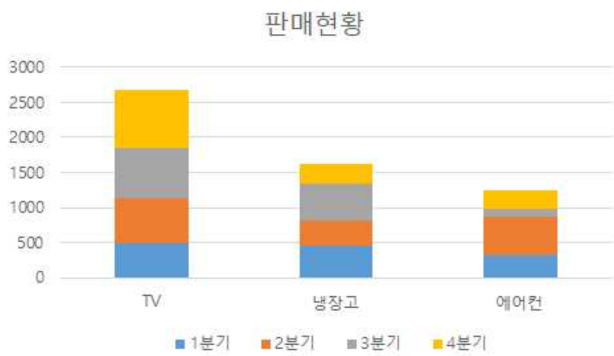
풀이

제시된 자료를 방사형 그래프로 나타내면 다음과 같다. 이 그래프로부터 휴대폰의 기능성과 디자인은 만족스러운 반면, 가격은 만족스럽지 못함을 알 수 있다.

[문제 5-7] 생략

풀이

제시된 자료를 누적막대그래프로 나타내면 다음과 같다. 이 그래프로부터 TV, 냉장고, 에어컨 순으로 많이 판매되었음을 알 수 있다. 또한 TV는 4분기, 냉장고는 3분기, 에어컨은 2분기에 가장 많이 판매되었다.



[문제 5-8] (a 가장 적은 횟수: 67회, 가장 많은 횟수: 84회 (b 생략

풀이

⑴ 맥박 수가 가장 적은 직원의 횟수: 67회, 가장 많은 직원의 횟수: 84회.

⑵ 줄기: 1분당 맥박 수의 십의 자리의 숫자, 잎: 1분당 맥박 수의 일의 자리의 숫자

1분당 맥박 수 (7|4는 74회)

줄기	잎
6	7 7 8 8 9 9
7	2 2 3 3 4 6 9
8	0 2 2 3 4

[문제 5-9] (a 7종류 (b 180개

풀이

(a 30개 이상 판매된 의자는 줄기가 3 이상의 경우이므로 모두 7종류이다.

(b 20개 이상 30개 미만으로 판매된 의자의 개수는 20, 24, 26, 26, 28, 28, 28이므로 모두 20+24+26+26+28+28+28=180(개)이다.

[문제 5-10] (a 남직원: 11명, 여직원: 10명 (b 6명 (c 남직원 (d 남직원 16권, 여직원 16.2권

풀이

(a 남직원은 11명이고 여직원은 10명이다.

(b 남직원은 13, 15, 16, 18권을 읽은 4명, 여직원은 13, 20권을 읽은 2명이다. 따라서 모두 6명이다.

(c 남직원이 읽은 책은 모두 8+6+4+18+16+15+13+12+29+28+27=176(권)이고, 여직원은 모두 4+7+10+11+13+20+22+23+25+27=162(권)을 읽었다. 따라서 남직원이 더 많이 읽었다고 할 수 있다.

(b 남직원은 평균 $\frac{176}{11}=16$(권)을 읽었고, 여직원은 평균 $\frac{162}{10}=16.2$(권)을 읽었으므로 여직원이 평균적으로 책을 더 많이 읽었다. 따라서 전체 읽은 것을 비교하면 남직원이 많지만 평균적으로는 여직원이 더 많이 읽었음을 알 수 있다.

[문제 5-11] (a 시 (b 분 (c 7시 대, 출근시간이므로

풀이

(a 왼쪽은 시를 나타낸다.

(b 오른쪽은 분을 나타낸다.

(c 7시 대에 가장 많은 열차가 배치되어 있다. 그 이유는 출근시간이기 때문이다.

[문제 5-12] (a 생략, 150~170 (b 140 (c 35 %

줄넘기 기록(회)	직원 수(명)
90^{이상} ~ 110^{미만}	4
110 ~ 130	5
130 ~ 150	8
150 ~ 170	9
170 ~ 190	7
190 ~ 210	5
210 ~ 230	2
합계	40

풀이

(a 도수분포표는 오른쪽과 같다. 도수분포표로부터 도수가 가장 큰 계급은 150~170임을 알 수 있다.

(b 줄넘기 기록이 135회인 직원이 속하는 계급은 130~150이므로 계급값은 $\frac{130+150}{2}=140$(회)이다.

(c 줄넘기 기록이 170회 이상인 직원은 7+5+2=14이므로 $\frac{14}{40}\times 100=35(\%)$이다.

[문제 5-13] $78.125(\mu g/m^3)$

풀이

주어진 자료로부터 다음과 같은 표를 얻는다.

계급 ($\mu g/m^3$)	계급값 ($\mu g/m^3$)	도수 (개)	(계급값)×(도수)
50 이상 ~ 60 미만	55	3	165
60 ~ 70	65	3	195
70 ~ 80	75	3	225
80 ~ 90	85	4	340
90 ~100	95	0	0
100 ~110	105	2	210
110 ~120	115	1	115
합계		16	1250

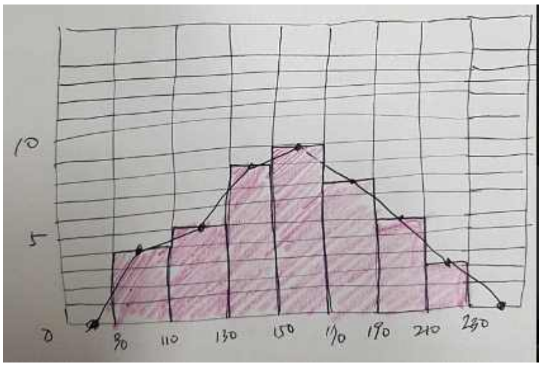
따라서 구하는 평균은 다음과 같다.

$$\frac{1250}{16} = 78.125\,(\mu g/m^3)$$

[문제 5-14] 생략

풀이

도수분포표를 이용하여 히스토그램과 도수분포다각형을 그리면 다음과 같다.



[문제 5-15] (a 6개월 (b 4.25 (c 85%

풀이

⑴ 도수분포다각형에서 4.5pH 이상 5.0pH 미만인 계급의 도수는 6개월이다.

⑵ 도수분포다각형에서 도수가 가장 큰 계급은 4.0pH 이상 4.5pH 미만이므로 구하는 계급값은 4.25이다.

(c 산성도가 5.5pH 미만인 계급의 도수를 모두 더하면 1+7+6+3=17(개월)이다.

따라서 산성도가 5.5pH 미만인 산성비는 20개월 중에서 17개월 내렸으므로 전체의 $\frac{17}{20} \times 100 = 85\,(\%)$이다.

[문제 5-16] (a 4 (b 16 (c 13.7 (d 중등급 (e 7송이

풀이

(a 계급의 크기는 10-6=4(도)이다.

(b 22~26의 도수는 2, 18~22의 도수는 5, 14~18의 도수는 7이므로 당도가 높은 쪽에서 10번째인 포도가 속한 계급은 14~18이다. 따라서 이 계급의 계급값은 $\frac{14+18}{2} = 16$(도)이다.

(c 각 계급의 계급값을 구하면 8, 12, 16, 20, 24이고, 도수는 차례대로 8, 13, 7, 5, 2이므로 당도의 평균은 다음과 같다.

$$(\text{당도의 평균}) = \frac{8\times8+12\times13+16\times7+20\times5+24\times2}{8+13+7+5+2} = \frac{480}{35} = 13.7$$

(d 당도의 평균이 13.7이므로 금나래 씨가 수확한 포도는 평균 중등급에 해당한다.

(e 당도가 18이상이면 최상이므로 7송이이다.

[문제 5-17] 생략

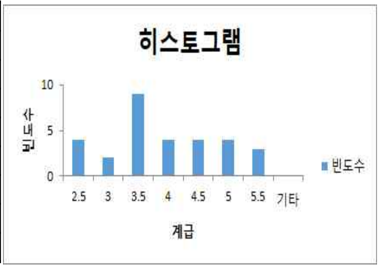
풀이

자료의 최댓값은 5.7이고 최솟값은 2.5이므로 범위는 3.2이다. 따라서 계급의 구간을 2.5~2.9부터 5.5~5.7까지 도수

분포표와 히스토그램을 나타낸다. 한편, 처음 두 자리의 숫자(백의 자리와 십의 자리)를 줄기로 하고 일의 자리의 숫자를 잎으로 하여 줄기와 잎 그림으로 작성한다.

알뜰폰 30개 수명의 도수분포표와 히스토그램

계급구간	도수
2.5-2.9	4
3.0-3.4	2
3.5-3.9	9
4.0-4.4	4
4.5-4.9	4
5.0-5.4	4
5.5-5.9	3
합계	30



알뜰폰 30개 수명의 줄기와 잎 그림

줄기	잎
2.0	5 5 7 9
3.0	1 4 5 6 6 6 6 7 7 8 9
4.0	1 2 2 3 5 6 8 8
5.0	0 2 3 4 5 5 7

[문제 5-18] 15명

풀이

회사 직원은 모두 40명이고, 찢어진 부분을 제외하고 각 계급에 속하는 직원의 수를 구하면 1+3+6+10+5=25이므로 10~12의 도수는 15이다.

[문제 5-19] ②

풀이

전체 선수는 2+3+5+6+15+9+5=45(명)이다. 계급은 5~10, 10~15, 15~20, 20~25, 25~30, 30~35, 35~40으로 모두 7개이다. 홈런이 25개인 선수가 속하는 계급은 25~30이므로 이 계급의 도수는 15이다. 또 홈런의 개수가 15번째로 적은 선수가 속한 계급은 20~25이므로 계급값은 22.5개이다. 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

[문제 5-20] ㄴ

풀이

여학생은 3+5+8+11+5+3=35(명)이고, 남학생은 3+4+6+8+10+4=35(명)이므로 남학생 수와 여학생 수는 같다.
또 키가 가장 큰 학생은 계급 170~175에 있는 4명의 남학생 중에 있다. 따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

[문제 5-21] (a 65점 (b 60%

풀이

먼저 상대도수를 구하면 다음과 같다.

직업 만족도

계급(점)	도수(명)	상대도수
30이상 ~ 40미만	4	0.05
40 ~ 50	8	0.1
50 ~ 60	20	0.25
60 ~ 70	36	0.45
70 ~ 80	12	0.15
합계	80	1

(a 상대도수가 가장 큰 계급은 60 이상 70 미만이다. 따라서 구하는 계급값은 $\frac{60+70}{2}=65$(점)이다.

(b 직업 만족도가 60점 이상인 인원수는 전체의 $(0.45+0.15)\times 100=60$(%)이다.

[문제 5-22] (a 풀이참조 (b 32.5% (c 9%

풀이

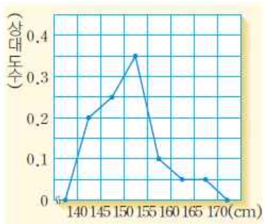
(a

계급(g)	도수(개)	상대도수
600이상 ~ 650미만	10	0.05
650 ~ 700	18	0.09
700 ~ 750	52	0.26
750 ~ 800	65	0.325
800 ~ 850	25	0.125
850 ~ 900	12	0.06
900 ~ 950	10	0.05
950 ~ 1000	8	0.04
합계	200	1

(b 상대도수가 가장 큰 계급은 750~800이므로 전체의 32.5%이다.
(c 무게가 900 g 이상인 곰 인형의 개수는 10+8=18이고, 상대도수의 합은 0.09이므로 전체의 9%이다.

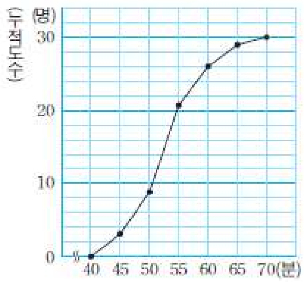
[문제 5-23] 생략
풀이
상대도수를 구하여 표를 완성하면 다음과 같다. 또 상대도수의 분포표를 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타내면 다음과 같다.

키(cm)	도수(명)	상대도수
140이상~145미만	8	0.2
145 ~ 150	10	0.25
150 ~ 155	14	0.35
155 ~ 160	4	0.1
160 ~ 165	2	0.05
165 ~ 170	2	0.05
합계	40	1



[문제 5-24] 생략
풀이
각 계급의 누적도수를 구하여 표를 완성하고, 이것을 누적도수의 그래프로 나타내면 다음과 같다.

사용 시간 (분)	도수 (명)	누적도수 (명)
40 이상 ~ 45 미만	3	3
45 ~ 50	6	9
50 ~ 55	12	21
55 ~ 60	5	26
60 ~ 65	3	29
65 ~ 70	1	30
합계	30	



[문제 5-25] (a 21명 (b 3명 (c 약 1시간 30분 (d 28번째
풀이
(1) 그래프에서 1시간 이상 2 시간 미만인 계급의 누적도수를 찾으면 21명이다.
(2) 인터넷 사용 시간이 3시간 미만인 직원은 27명이므로 인터넷 사용 시간이 3시간 이상인 직원은 30-27=3(명)이다.
(3) 그래프에서 누적도수가 16 명인 곳을 찾아 가로축에 수선의 발을 내리면 1시간과 2시간 사이에 있다.
따라서 대략 1시간 30 분이라고 할 수 있다.
(4) 인터넷 사용 시간이 3시간 30분인 직원은 인터넷을 28번째로 적게 사용했다고 할 수 있다.

[문제 5-26] 평균 21.25㎥, 중앙값 21㎥, 최빈값 26㎥
풀이
평균은 $\frac{255}{12}=21.25$ (㎥)이다.
가스 사용량을 작은 값부터 차례로 나열하면 다음과 같다.

13, 16, 17, 18, 18, 19, 23, 25, 26, 26, 26, 28
따라서 중앙값은 6번째 변량 19와 7번째 변량 23의 평균인 21㎡이다.
최빈값은 가장 많이 나타난 26㎡이다.

[문제 5-27] 중앙값 3회, 최빈값 : 0회

<u>**풀이**</u>

인센티브를 받은 횟수가 3회인 직원을 a명, 5회인 직원을 b명이라고 하면

$$8+2+3+a+3+b+2+1=30$$

$$a+b=11 \qquad \text{-----①}$$

평균이 2.8회이므로

$$\frac{1}{30}(0\times8+1\times2+2\times3+3\times a+4\times3+5\times b+6\times2+7\times1)=2.8$$

$$3a+5b=45 \qquad \text{-----②}$$

①과 ②를 연립하면 풀면

$$a=5,\ b=6$$

따라서 중앙값은 3회, 최빈값은 0회이다. .

[문제 5-28] 분산 7.6, 표준편차 $\sqrt{7.6}$시간

<u>**풀이**</u>

(평균)= $\frac{1}{10}(12+13+11+10+16+10+16+9+8+15)=12$(시간)

이므로 각 변량의 편차를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

(단위: 시간)

시간	12	13	11	10	16	10	16	9	8	15
편차	0	1	−1	−2	4	−2	4	−3	−4	3

(분산)= $\frac{1}{10}\{0^2+1^2+(-1)^2+(-2)^2+4^2+(-2)^2+4^2+(-3)^2+(-4)^2+3^2\}=\frac{76}{10}=7.6$

(표준편차)= $\sqrt{7.6}$(시간)

[문제 5-29] 분산 139, 표준편차 약 12시간

<u>**풀이**</u>

먼저 표를 만들고, 평균, 분산, 표준편차를 구한다.

계급(시간)	도수(명)	계급값	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
0이상~10미만	6	5	30	−19	2166
10 ~20	8	15	120	−9	648
20 ~30	14	25	350	1	14
30 ~40	8	35	280	11	968
40 ~50	4	45	180	21	1764
합계	40		960		5560

(평균)= $\frac{960}{40}=24$(시간), (분산)= $\frac{5560}{40}=$ **139**

(표준편차)= $\sqrt{139}\fallingdotseq$ **12(시간)**

[문제 5-30] (a 54분 (b 57분 (c 6월이 더 고르다.

<u>**풀이**</u>

먼저 표를 만들고, 평균, 분산, 표준편차를 구한다.

(1)

계급(분)	도수(명)	계급값	(계급값)×(도수)	편차	$(\text{편차})^2$×(도수)
$0^{\text{이상}}$ ~ $40^{\text{미만}}$	12	20	240	−56	37632
40 ~ 80	4	60	240	−16	1024
80 ~120	6	100	600	24	3456
120 ~160	6	140	840	64	24576
160 ~200	2	180	360	104	21632
합계	30		2280		88320

$(\text{평균})=\frac{2280}{30}=76(\text{분})$

$(\text{분산})=\frac{88320}{30}=2944$

$(\text{표준편차})=\sqrt{2944}\fallingdotseq\mathbf{54(분)}$

(b

계급(분)	도수(명)	계급값	(계급값)×(도수)	편차	$(\text{편차})^2$×(도수)
$0^{\text{이상}}$ ~ $40^{\text{미만}}$	6	20	120	−80	38400
40 ~ 80	5	60	300	−40	8000
80 ~120	9	100	900	0	0
120 ~160	3	140	420	40	4800
160 ~200	7	180	1260	80	44800
합계	30		3000		96000

$(\text{평균})=\frac{3000}{30}=100(\text{분})$

$(\text{분산})=\frac{96000}{30}=3200$

$(\text{표준편차})=\sqrt{3200}\fallingdotseq\mathbf{57(분)}$

(c 통화 시간의 표준편차가 6월이 더 작으므로 6월의 통화 시간이 7월보다 더 고르다고 할 수 있다.

[문제 5-31] (a 양의 상관관계 (b 6명 (c 5명 (d 20%

풀이

(a 두 업무의 수행점수 사이에는 양의 상관관계가 있다고 할 수 있다.

(b (A, B)로 두 업무의 수행점수를 나타냈을 때, (60, 60) 이하인 직원은 (40, 50), (50, 40), (50, 50), (50, 60), (60, 50), (60, 60)이다. 따라서 모두 6명이다.

(c (A, B)로 두 업무의 수행점수를 나타냈을 때, A>B인 경우를 찾으면 된다. 이 경우는 (50, 40), (60, 50), (80, 50), (80, 70), (90, 80)이므로 모두 5명이다.

(d 두 업무의 수행점수의 합이 170점 이상인 직원은 (80, 90), (90, 80), (90, 100)이므로 모두 3명이다, 따라서 $\frac{3}{15}\times100=20(\%)$이다.

[문제 5-32] (a 21명 (b 14명 (c 74.375점

풀이

(a 영어와 수학이 모두 80점 이상인 학생은 1+2+2+4+2+3+6+1=21(명)이다.

(b 영어 성적과 수학 성적의 합계가 150점 미만인 학생은 전체에서 150점 이상인 학생의 수를 빼면 된다. 150점 이상인 학생은 3+8+11+13+1=36(명)이므로 150점 미만인 학생은 14명이다.

(c 영어 성적이 70점 이상 75점 미만인 학생들의 수학 성적은 65~70에 2명, 70~75에 2명, 75~80에 3명, 80~85에 1명으로 모두 8명이다. 따라서 평균은 다음과 같다.

$$\frac{67.5\times2+72.5\times2+77.5\times3+82.5\times1}{8}=\frac{595}{8}=74.375(\text{점})$$

[문제 5-33] (a $a=9,\ b=16,\ c=15$ (b 평균 30, 분산 100, 표준편차 10 (c 9 (d 음의 상관관계

풀이

(a 3+8+b+9+4=40이므로 $b=16$

마찬가지로 도수의 합을 이용하면 $a=9$이고 $c=15$이다.

(b A의 평균과 표준편차는 다음과 같다.

(평균)= $\frac{10\times2+20\times11+30\times15+40\times9+50\times3}{40}=\frac{1200}{40}=30$

(분산)= $\frac{400\times2+100\times11+0\times15+100\times9+400\times3}{40}=\frac{4000}{40}=100$

(표준편차)= $\sqrt{100}=10$

(c A와 B의 계급값의 합이 60 미만인 것의 도수는 4+4+1=9이다.

(d A와 B에는 음의 상관관계가 있다.

[문제 5-34] -0.950

풀이

자동차의 무게의 표본평균은 1,746, 표본표준편차는 227.33이고 연비의 표본평균은 31.08, 표본표준편차는 1.858이다. 따라서 자동차의 무게와 연비 사이의 상관계수는 다음과 같다.

$$r=\frac{(2{,}115-1{,}746)(10.3-13.0)+\cdots+(1{,}705-1{,}746)(12.5-13.0)}{9\times 31.08\times 1.858}=-0.950$$

[문제 5-35] (왼쪽에서부터) $\frac{6}{36}$, $\frac{10}{36}$, $\frac{8}{36}$, $\frac{6}{36}$, $\frac{4}{36}$, $\frac{2}{36}$

풀이

두 개의 주사위를 던지는 시행의 표본공간은

$$S=(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),$$
$$(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),$$
$$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)$$

이므로 X가 가질 수 있는 값의 집합은 $\{0,1,2,3,4,5\}$이고 X의 값이 7일 확률은

$P(X=0)=P\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}=\frac{1}{6}$이다. 같은 방법으로 확률을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	5	합계
확률	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	1

[문제 5-36] (a $\mathrm{P}(X=x)=\frac{{}_4\mathrm{C}_x\times{}_5\mathrm{C}_{3-x}}{{}_9\mathrm{C}_3}$ (b 풀이참조 (c $\frac{17}{42}$

풀이

(1) 이산확률변수 X의 확률질량함수는 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(X=x)=\frac{{}_4\mathrm{C}_x\times{}_5\mathrm{C}_{3-x}}{{}_9\mathrm{C}_3}\quad(x=0,\ 1,\ 2,\ 3)$$

(2) X의 각 값에 대한 확률은

$$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_4\mathrm{C}_0\times{}_5\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{10}{84}=\frac{5}{42},\ \mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{40}{84}=\frac{10}{21},$$
$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2\times{}_5\mathrm{C}_1}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{30}{84}=\frac{5}{14},\ \mathrm{P}(X=3)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3\times{}_5\mathrm{C}_0}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{4}{84}=\frac{1}{21}$$

이고, X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{5}{42}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{1}{21}$	1

(3) 흰 공이 2개 이상 나올 확률은 $\mathrm{P}(X\geq 2)$이므로

$$\mathrm{P}(X\geq 2)=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=\frac{5}{14}+\frac{1}{21}=\frac{17}{42}$$

[문제 5-37] $\mathrm{E}(X)=6$, $\mathrm{V}(X)=4$, $\sigma(X)=2$

풀이

$$\mathrm{E}(X)=2\cdot\frac{1}{10}+4\cdot\frac{1}{5}+6\cdot\frac{3}{10}+8\cdot\frac{2}{5}=6$$

$$\mathrm{V}(X)=(2-6)^2\cdot\frac{1}{10}+(4-6)^2\cdot\frac{1}{5}+(6-6)^2\cdot\frac{3}{10}+(8-6)^2\cdot\frac{2}{5}=4$$

$$\sigma(X)=\sqrt{4}=2$$

[문제 5-38] $V(X)=\frac{1}{2}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

풀이

$$E(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{2}{4}+2\times\frac{1}{4}=1$$

$$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{2}{4}+2^2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$$

$$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{3}{2}-1^2=\frac{1}{2}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

[문제 5-39] $E(-2X+10)=0$, $V(-2X+10)=8$, $\sigma(-2X+10)=2\sqrt{2}$

풀이

확률변수 $-2X+10$의 평균과 분산 및 표준편차는 다음과 같다.

$$E(-2X+10)=-2E(X)+10=0$$

$$V(-2X+10)=(-2)^2V(X)=8$$

$$\sigma(-2X+10)=|-2|\sigma(X)=2\sqrt{2}$$

[문제 5-40] (a $P(X=x)={}_5C_x\left(\frac{4}{5}\right)^x\left(\frac{1}{5}\right)^{5-x}$ (b $\frac{128}{625}$

풀이

(1) 확률변수 X는 이항분포 $B\left(5,\ \frac{4}{5}\right)$를 따르므로 X의 확률질량함수는

$$P(X=x)={}_5C_x\left(\frac{4}{5}\right)^x\left(\frac{1}{5}\right)^{5-x}\quad(x=0,\ 1,\ \cdots,\ 5)$$

(2) $P(X=3)={}_5C_3\left(\frac{4}{5}\right)^3\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{128}{625}$

[문제 5-41] (a $B\left(3,\ \frac{4}{5}\right)$ (b ${}_3C_x\left(\frac{4}{5}\right)^x\left(\frac{1}{5}\right)^{3-x}$ (c $\frac{13}{125}$

풀이

(1) 공을 한 번 굴렸을 때, 스트라이크를 칠 확률은 $0.8=\frac{4}{5}$이고, 매회 시행은 독립시행이다. 따라서 3번의 독립시행에서 스트라이크를 친 횟수를 확률변수 X라고 하였으므로 X는 이항분포 $B\left(3,\ \frac{4}{5}\right)$를 따른다.

(2) X의 확률질량함수는

$$P(X=x)={}_3C_x\left(\frac{4}{5}\right)^x\left(\frac{1}{5}\right)^{3-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ 3)$$

(3) 스트라이크를 친 횟수가 1 이하인 것은 $X\le1$인 경우이므로

$$P(X\le1)=P(X=0)+P(x=1)$$

$$={}_3C_0\left(\frac{1}{5}\right)^3+{}_3C_1\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{13}{125}$$

[문제 5-42] $E(X)=6{,}400$, $\sigma(X)=48$

풀이

확률변수 X는 이항분포 $B\left(10000,\ \frac{16}{25}\right)$을 따르므로

$$E(X)=10000\cdot\frac{16}{25}=6400$$

$$\sigma(X)=\sqrt{10000\cdot\frac{16}{25}\cdot\frac{9}{25}}=48$$

[문제 5-43] $1-\frac{1}{e}$

풀이

$$P(X \le 100) = \int_0^{100} f(x)dx = \int_0^{100} \frac{1}{100} e^{-\frac{x}{100}} dx = \left[-e^{-\frac{x}{100}}\right]_0^{10} = 1-\frac{1}{e}$$

[문제 5-44] $E(X)=100$, $V(X)=100^2$

풀이

평균과 분산을 구하면 각각 다음과 같다.

$$E(X) = \int_0^{\infty} xf(x)dx = \int_0^{\infty} \frac{x}{100} e^{-\frac{x}{100}} dx = 100,$$

$$V(X) = \int_0^{\infty} x^2 f(x)dx = \int_0^{\infty} \frac{x^2}{100} e^{-\frac{x}{100}} dx = 100^2$$

[문제 5-45] 0.9522

풀이

$P(-1.96 \le Z \le 0) = P(0 \le Z \le 1.96) = 0.4750$이고

$$\begin{aligned} P(-1.96 \le Z \le 2) &= P(-1.96 \le Z \le 0) + P(0 \le Z \le 2) = 0.4750 + 0.4772) \\ &= 0.9522 \end{aligned}$$

[문제 5-46] 0.1359

풀이

$$\begin{aligned} P(10 \le X \le 12) &= P\left(\frac{10-8}{2} \le \frac{X-8}{2} \le \frac{12-8}{2}\right) = P(1 \le Z \le 2) \\ &= P(0 \le Z \le 2) - P(0 \le Z \le 1) = 0.4772 - 0.3413 = 0.1359 \end{aligned}$$

[문제 5-47] 0.5967

풀이

샌드위치 한 개의 무게를 Xg이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(280,\ 14^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{X-280}{14}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(275.1 \le X \le 304.5) &= P\left(\frac{275.1-280}{14} \le Z \le \frac{304.5-280}{14}\right) \\ &= P(-0.35 \le Z \le 1.75) \\ &= P(0 \le Z \le 0.35) + P(0 \le Z \le 1.75) \\ &= 0.1368 + 0.4599 = 0.5967 \end{aligned}$$

[문제 5-48] 0.0062

풀이

두루마리 화장지의 길이를 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(50,\ 0.4^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{X-50}{0.4}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \ge 51) &= P\left(\frac{X-50}{0.4} \ge \frac{51-50}{0.4}\right) \\ &= P(Z \ge 2.5) \\ &= 0.5 - P(0 \le Z \le 2.5) \\ &= 0.5 - 0.4938 \\ &= 0.0062 \end{aligned}$$

[문제 5-49] 0.5

풀이

한 개의 주사위를 900번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수인 횟수를 확률변수 X라 하면 X는 이항분포 $B(900, 1/3)$을 따른다. 따라서 $E(X)=900\times 1/3=300$이고 $V(X)=900\times 1/3\times 2/3=200$이므로 확률변수 X는 정규분포 $N(300, 200)$을 따른다.

따라서 $P(X\geq 3000)=P\left(\frac{X-300}{\sqrt{200}}\geq\frac{300-300}{\sqrt{200}}\right)=P(Z\geq 0)=0.5$이다.

[문제 5-50] 0.1587

풀이

휴일 봉사활동에 참여하는 직원 수를 X라고 하면, 확률변수 X는 이항분포 $B(150,\ 0.6)$을 따르므로

$E(X)=150\times 0.6=90,\ \sigma(X)=\sqrt{150\times 0.6\times 0.4}=6$이다.

이때 150은 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(90,\ 6^2)$을 따른다. 따라서 확률변수 $Z=\frac{X-90}{6}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(X\geq 96)&=P\left(Z\geq\frac{96-90}{6}\right)=P(Z\geq 1)\\&=P(Z\geq 0)-P(0\leq Z\leq 1)=0.5-0.3413=0.1587\end{aligned}$$

[문제 5-51] 0.0228

풀이

100개의 평균을 확률변수 $\overline{X}$라 하면, $\overline{X}$는 정규분포 $N(50, 25/100)$을 따른다. 따라서

$$P(\overline{X}\geq 51)=P\left(\frac{\overline{X}-50}{5/10}\geq\frac{51-50}{5/10}\right)=P(Z\geq 2)=1-0.9772=0.0228$$

[문제 5-52] 0.9772

풀이

짐의 무게가 정규분포 $N(18,\ 3^2)$을 따르므로 36명의 짐의 평균 무게 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(18,\ \frac{3^2}{36}\right)$을 따른다. 따라서 확률변수 $Z=\frac{\overline{X}-18}{\frac{3}{\sqrt{36}}}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$P(\overline{X}\geq 17)=P\left(Z\geq\frac{17-18}{\frac{3}{\sqrt{36}}}\right)=P(Z\geq -2)=P(Z\leq 2)=P(Z\leq 0)+P(0\leq Z\leq 2)=0.5+0.4772=0.9772$$

[문제 5-53] 0.0062

풀이

모집단의 통신비는 정규분포 $N(15,\ 4^2)$을 따르므로 이 지역에서 임의추출한 100가구의 통신비의 평균을 $\overline{X}$라고 하면, $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(15,\ \left(\frac{2}{5}\right)^2\right)$을 따른다.

따라서 $\overline{X}$가 16만 원 이상일 확률은

$$\begin{aligned}P(\overline{X}\geq 16)&=P\left(Z\geq\frac{16-15}{\frac{2}{5}}\right)\\&=P(Z\geq 2.5)\\&=0.5-P(0\leq Z\leq 2.5)\\&=0.5-0.4938\\&=0.0062\end{aligned}$$

[문제 5-54] $191.08 \le m \le 198.92$

<u>풀이</u>

$n=25$, $\overline{X}=195$, $\sigma=10$이므로 평균 무게 m의 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$195-1.96\frac{10}{\sqrt{25}} \le m \le 195+1.96\frac{10}{\sqrt{25}}$$

따라서 $191.08 \le m \le 198.92$이다.

[문제 5-55] 0.8301

<u>풀이</u>

모비율은 $p=0.5$이고, 표본의 크기 $n=64$이므로 $np \ge 5$, $nq \ge 5$이다. 따라서 64명 중에서 설치를 찬성하는 주민의 비율을 $\hat{p}$이라고 하면

$$Z=\frac{\hat{p}-0.5}{\sqrt{\dfrac{0.5\times 0.5}{64}}}=16(\hat{p}-0.5)$$

는 근사적으로 표준정규분포 N(0, 1)을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(0.425 \le \hat{p} \le 0.6) &= \mathrm{P}(16(0.425-0.5) \le Z \le 16(0.6-0.5)) \\ &= \mathrm{P}(-1.2 \le Z \le 1.6) \\ &= \mathrm{P}(0 \le Z \le 1.2)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.6) \\ &= 0.3849+0.4452=0.8301 \end{aligned}$$

[문제 5-56] $0.545 \le p \le 0.655$

<u>풀이</u>

한식을 선호하는 표본비율은 $\hat{p}=\frac{180}{300}=0.6$이다.

따라서 모비율 p의 신뢰도 95 %의 신뢰구간은 $0.6-1.96\sqrt{\frac{0.6\times 0.4}{300}} \le p \le 0.6+1.96\sqrt{\frac{0.6\times 0.4}{300}}$ 이므로 $0.545 \le p \le 0.655$ 이다.