Section 2.1 연습문제

1.

풀이 $2^{1/2}\cdot 4^{5/4}=2^{1/2}\cdot (2^2)^{5/4}=2^{1/2}\cdot 2^{5/2}=2^3=8$

3.

풀이 $\left(125^{1/2}\cdot 5^{1/2}\right)^{1/2}=\left(5^{3/2}\cdot 5^{1/2}\right)^{1/2}=\left(5^2\right)^{1/2}=5$

5.

풀이 $\dfrac{8^x}{2}=4^{x+1}$; $8^x=8(4^x)$; $\left(\dfrac{8}{4}\right)^x=8$; $2^x=8$; $x=3$

7.

풀이 $e^{x-3}=e$; $x-3=1$; $x=4$

9.

풀이 $2-4^x=0$; $4^x=2$; $2^{2x}=2$; $2x=1$; $x=\dfrac{1}{2}$이므로 $x\neq\dfrac{1}{2}$인 모든 실수

11.

풀이 $f(x)=\sqrt{9-3^{-x}}=\sqrt{\dfrac{3^{x+2}-1}{3^x}}$, $3^x>0$이므로 $3^{x+2}-1\geq 0$; $3^{x+2}\geq 1$; $x+2\geq 0$이므로 $x\geq -2$인 모든 실수

13.

풀이 $x=1,\ 2$

15.

풀이 x축에 대하여 대칭이동한 후, y축을 따라 상방향으로 1만큼 평행이동

17.

풀이 $x \geq 0$으로 제한된 $f(x)$와 제한된 $f(x)$를 y축에 대하여 대칭이동한 함수

19.

풀이 y축을 따라 하방향으로 1만큼 평행이동

21.

풀이 x축을 따라 2만큼 늘리기

23.

풀이 y축에 대하여 대칭이동하고 x축을 따라 왼쪽으로 1만큼 평행이동한 후, y축을 따라 $1/2$로 줄이고 y축을 따라 하방향으로 1만큼 평행이동

25.

풀이 (a) $x=-3$이면 $a^{(-3)+3}=1$이므로 $y=a^{(-3)+3}-1=0$이므로 a에 관계없이 이 함수는 $(-3, 0)$을 지난다.

(b) $x=1$이면 $a^{x-1}=1$이므로 $y=a^{1-1}+3=4$이므로 a에 관계없이 이 함수는 $(1, 4)$를 지난다.

27.

풀이 (a) 2000년을 기준으로 20만 명이므로 2배로 늘어나기 위하여 소요되는 시간을 t_0이라 하면, $20e^{0.01t_0}=40$; $e^{0.01t_0}=2$; $e^{0.01t_0}=e^{0.7}$; $\dfrac{t_0}{100}=\dfrac{7}{10}$; $t_0=70$(년)

(b) 2000년을 기준으로 30년 후의 인구는 $20e^{(0.01)\cdot 30}=20e^{0.3}=20\cdot(1.35)=27$(만 명)이다.

Section 2.2 연습문제

1.

풀이 $\log_2 4 + \log_4 64 = \log_2 2^2 + \log_4 4^3 = 2+3=5$

3.

풀이 $\ln\left(\ln e^{e^3}\right) = \ln\left(e^3 \ln e\right) = \ln e^3 = 3$

5.

풀이 $\log_2(a+b) - \log_4(a-b) = \log_2(a+b) - \frac{1}{2}\log_2(a-b) = \frac{1}{2}\left(\log_2(a+b)^2 - \log_2(a-b)\right)$

$$= \frac{1}{2}\log_2\frac{(a+b)^2}{a-b}$$

7.

풀이 $\ln(x^2-2x) - \ln(x-2) + \ln x = \ln\frac{(x^2-2x)x}{x-2} = \ln x^2 = 2\ln x$

9.

풀이 $e^{-0.01x} = 4$; $\ln e^{-0.01x} = \ln 4$; $-0.01x = \ln 4$; $x =-100\ln 4$

11.

풀이 $\ln(x+2) = \ln 3 - \ln x$; $\ln(x+2) + \ln x = \ln x(x+2) = \ln 3$; $x^2+2x-3=0$;
$(x+3)(x-1)=0$; $x>0$이므로 $x=1$

13.

풀이 $\frac{\log_3 x}{\log_5 x} = \frac{\ln x / \ln 3}{\ln x / \ln 5} = \frac{\ln 5}{\ln 3}$

15.

풀이 $\frac{\log_x 2}{\log_{x^2} 4} = \frac{\ln 2 / \ln x}{\ln 4 / \ln x^2} = \frac{\ln 2 / \ln x}{\ln 2 / \ln x} = 1$

17.

풀이 $y=e^{x-1}+2$를 x에 관하여 풀면, $e^{x-1}=y-2$; $x-1=\ln(y-2)$; $x=1+\ln(y-2)$이므로 역함수는 $f^{-1}(x)=1+\ln(x-2)$이고 $y=e^{x-1}+2$의 치역은 $y>2$이므로 역함수의 정의역은 $x>2$이다.

19.

풀이 $y=e^{x}+e^{-x}$을 x에 관하여 풀면, $ye^{x}=(e^{x})^2+1$; $(e^{x})^2-ye^{x}+1=0$이고 $X=e^{x}$이라 하면 $X^2-yX+1=0$이고 따라서 근의 공식에 의하여 $X=e^{x}=\dfrac{y\pm\sqrt{y^2-4}}{2}$를 얻는다. 한편 $x>0$이므로 $e^{x}=\dfrac{y+\sqrt{y^2-4}}{2}$이고 따라서 $x=\ln\left(\dfrac{y+\sqrt{y^2-4}}{2}\right)$이다. 그러므로 역함수는 $f^{-1}(x)=\ln\left(\dfrac{x+\sqrt{x^2-4}}{2}\right)$이고, 정의역은 $x\geq 2$이다.

21.

풀이 $y=2^{2x+1}+2$를 x에 관하여 풀면, $2^{2x+1}=y-2$; $2x+1=\log_2(y-2)$; $x=\dfrac{1}{2}(-1+\log_2(y-2))$이므로 역함수는 $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{2}(-1+\log_2(x-2))$, $f^{-1}(4)=0$이다.

23.

풀이 $f(x)=\log_2\left(1+\dfrac{1}{x+1}\right)=\log_2\dfrac{x+2}{x+1}$이므로

$$\begin{aligned} f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2047)&=\log_2\frac{3}{2}+\log_2\frac{4}{3}+\cdots+\log_2\frac{2048}{2047}\\ &=\log_2\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdots\frac{2048}{2047}\right)\\ &=\log_2\frac{2048}{2}=\log_2 1024=\log_2 2^{10}=10 \end{aligned}$$

25.

풀이 30만 명으로 늘어나기 위하여 소요되는 시간을 t_0이라 하면, $20e^{0.01t_0}=30$; $e^{0.01t_0}=\dfrac{3}{2}$; $\dfrac{t_0}{100}=\ln\dfrac{3}{2}=0.4$; $t_0=40$(년)이다.

Section 2.3 연습문제

1.

풀이 $\frac{25\pi}{180} = \frac{5\pi}{36}$

3.

풀이 $-\frac{250\pi}{180} = -\frac{25\pi}{18}$

5.

풀이 $\left(\frac{180}{12}\right)^{\circ} = 15^{\circ}$

7.

풀이 $\left(\frac{4 \cdot 180}{15}\right)^{\circ} = 48^{\circ}$

9.

풀이 (a) $l = r\theta = 6 \cdot \frac{\pi}{3} = 2\pi$, $S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \frac{\pi}{3} = 6\pi$

(b) $S = \frac{1}{2}rl$이므로 $l = \frac{2S}{r} = \frac{2 \cdot 12}{3} = 8$, $l = r\theta$이므로 $\theta = \frac{l}{r} = \frac{8}{3}$

(c) $l = r\theta$이므로 $r = \frac{l}{\theta} = \frac{12}{\pi/12} = \frac{144}{\pi}$, $S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2} \cdot \frac{144}{\pi} \cdot 12 = \frac{864}{\pi}$

(d) $l = r\theta$이므로 $\theta = \frac{l}{r} = \frac{4}{2} = 2$, $S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$

11.

풀이 $\cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan\theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, $\mathrm{cosec}\,\theta = 3$, $\sec\theta = \frac{3}{2\sqrt{2}}$, $\cot\theta = 2\sqrt{2}$

13.

풀이 $\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$, $\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$, $\mathrm{cosec}\,\theta = \frac{\sqrt{10}}{3}$, $\sec\theta = -\sqrt{10}$, $\cot\theta = -\frac{1}{3}$

15.

풀이 (a) $\sin 20^\circ = \sin(2\cdot 10^\circ) = 2\sin 10^\circ \cos 10^\circ = 2(0.1736)(0.9848) = 0.3419$

(b) $\cos 20^\circ = \cos(2\cdot 10^\circ) = 2\cos^2 10^\circ - 1 = (0.9848)^2 - (0.1736)^2 = 0.9396$

(c) $\sin 40^\circ = \sin(2\cdot 20^\circ) = 2\sin 20^\circ \cos 20^\circ = 2(0.3419)(0.9396) = 0.6425$

(d) $\sin 85^\circ = \sin(90^\circ - 5^\circ) = \cos 5^\circ = 0.9662$

(e) $\cos 100^\circ = \cos(90^\circ + 10^\circ) = -\sin 10^\circ = -0.1736$

(f) $\tan 175^\circ = \tan(180^\circ - 5^\circ) = -\tan 5^\circ = -0.0875$

17.

풀이 $\sin x$가 2π 주기함수이므로 구하고자 하는 값은 다음과 같다.

주기 : $p = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$, 진폭 : $a = 2$, 최댓값 : 2, 최솟값 : -2

19.

풀이 $\sin x$가 2π주기함수이므로 구하고자 하는 값은 다음과 같다.

주기 : $p = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4$, 진폭 : $a = \sqrt{5}$, 최댓값 : $\sqrt{5}$, 최솟값 : $-\sqrt{5}$

21.

풀이 $y = \sin x - \sqrt{2}\cos x = \sqrt{3}\sin(x+\alpha)$이므로 구하고자 하는 값은 다음과 같다.

주기 : $p = 2\pi$, 진폭 : $a = \sqrt{3}$, 최댓값 : $\sqrt{3}$, 최솟값 : $-\sqrt{3}$

23.

풀이 $A = 1$, $B = \frac{1}{f}$, $C = 0$, $D = 1$

25.

풀이 $y=\frac{1}{\pi}-\frac{1}{\pi}\sin\left(2\pi x+\frac{T}{2}\right)$이므로 $A=-\frac{1}{\pi}$, $B=1$, $C=-\frac{T}{4\pi}$, $D=\frac{1}{\pi}$

27.

풀이 $b^2=20^2+15^2-2(20)(15)\cos 100^\circ \fallingdotseq 729.4$이므로 $b^2 \fallingdotseq \sqrt{729.4}=27$(m)이다.

Section 2.4 연습문제

1.

풀이 $\sqrt{2} > 1$이므로 $\sin^{-1}\sqrt{2}$는 존재하지 않는다.

3.

풀이 $\cot^{-1}(\sqrt{3}) = \alpha$라 하면 $\cot\alpha = \sqrt{3}$, $0 < \alpha < \pi$이므로 $\alpha = \frac{\pi}{6}$이다.

5.

풀이 $\sin\left[\sin^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)\right] = \frac{2}{5}$

7.

풀이 $\tan\left[\tan^{-1}\left(-\frac{1}{6}\right)\right] = -\frac{1}{6}$

9.

풀이 $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$이므로 $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$

11.

풀이 $\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right) = \alpha$, $\sin^{-1}\frac{4}{5} = \beta$라 하면, $\tan\alpha = -\frac{3}{4}$, $\sin\beta = \frac{4}{5}$, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} \le \beta \le \frac{\pi}{2}$이므로 $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos\beta = \frac{3}{5}$이다. 따라서

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{4}{5} = 0$이다.

13.

풀이 $\sin^{-1}\frac{1}{2}=\alpha$, $\cos^{-1}\frac{1}{2}=\beta$라 하면, $\sin\alpha=\frac{1}{2}$, $\cos\beta=\frac{1}{2}$, $-\frac{\pi}{2}\le\alpha\le\frac{\pi}{2}$, $0\le\beta\le\pi$이므로 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}$이다. 그러므로

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=0$이다.

15.

풀이 $\cos^{-1}\frac{2}{3}=\alpha$, $\cos^{-1}\frac{1}{4}=\beta$라 하면, $\cos\alpha=\frac{2}{3}$, $\cos\beta=\frac{1}{4}$이므로

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\sin\beta=\frac{\sqrt{15}}{4}$이고,

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{5}}{3}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{2-5\sqrt{3}}{12}$이다.

따라서 $\alpha+\beta=\cos^{-1}\left(\frac{2-5\sqrt{3}}{12}\right)$이다.

17.

풀이 $\sin^{-1}\frac{3}{5}=\alpha$, $\cos^{-1}\frac{4}{5}=\beta$라 하면, $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\cos\beta=\frac{4}{5}$이므로 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$, $\sin\beta=\frac{3}{5}$이고, $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}-\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5}=0$이다. 따라서 $\alpha-\beta=0$이다.

19.

풀이 $\tan^{-1}(-1)=\alpha$, $\tan^{-1}\frac{1}{5}=\beta$라 하면, $\tan\alpha=-1$, $\tan\beta=\frac{1}{5}$이고

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}=\frac{(-1)+\frac{1}{5}}{1-(-1)\cdot\frac{1}{5}}=-\frac{2}{3}$이다. 따라서 $\alpha+\beta=-\tan^{-1}\frac{2}{3}$이다.

21.

풀이 $\tan^{-1}\dfrac{3}{5}=\alpha$, $\sin^{-1}\dfrac{4}{5}=\beta$라 하면, $\tan\alpha=\dfrac{3}{5}$, $\sin\beta=\dfrac{4}{5}$이므로

$\sin\alpha=\dfrac{3}{\sqrt{34}}$, $\cos\alpha=\dfrac{5}{\sqrt{34}}$, $\cos\beta=\dfrac{3}{5}$이고

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{3}{\sqrt{34}}\cdot\dfrac{3}{5}+\dfrac{5}{\sqrt{34}}\cdot\dfrac{4}{5}=\dfrac{29}{5\sqrt{34}}$이다.

따라서 $\alpha+\beta=\sin^{-1}\left(\dfrac{29}{5\sqrt{34}}\right)$이다.

23.

풀이 $\cos^{-1}$의 정의역은 $[-1,1]$이므로 $-1\le 2x-1\le 1$이고, 따라서 $0\le x\le 1$이다.

25.

풀이 $\cos^{-1}\sqrt{x}>0$이므로 $-1\le\sqrt{x}<1$, 즉 $0\le x<1$이다.

27.

풀이 $\operatorname{cosec}^{-1}x=\alpha$, $-\dfrac{\pi}{2}\le\alpha\le\dfrac{\pi}{2}$, $\alpha\ne 0$라 하면, $\operatorname{cosec}\alpha=x$이므로 $\sin\alpha=\dfrac{1}{x}$이고 따라서 $\alpha=\sin^{-1}\dfrac{1}{x}$이다.

29.

풀이 $\tan^{-1}\dfrac{x}{2}=\alpha$라 하면, $\tan\alpha=\dfrac{x}{2}$; $\cos\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{x^2+4}}$

31.

풀이 $\tan^{-1}\dfrac{1}{x}=\alpha$라 하면, $\tan\alpha=\dfrac{1}{x}$; $\sec\alpha=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

33.

풀이 $\sec^{-1}3x=\alpha$라 하면, $\sec\alpha=3x$; $\tan\alpha=\sqrt{9x^2-1}$

35.

풀이 $3x-\pi=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $x=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\pi\right)$

37.

풀이 $\sin^{-1}x=\cos^{-1}\sqrt{2x}$ 이므로 이 방정식의 해는 $-1\le x\le 1$과 $-1\le \sqrt{2x}\le 1$을 모두 만족해야 하므로 $0\le x\le \frac{1}{2}$이다. 이제 주어진 방정식의 양변에 sin을 취하면

$\sin(\sin^{-1}x)=\sin(\cos^{-1}\sqrt{2x})$; $\sin(\cos^{-1}\sqrt{2x})=x$이다. $\cos^{-1}\sqrt{2x}=\alpha$라 하면,

$\cos\alpha=\sqrt{2x}$ 이므로 $\sin\alpha=\sqrt{1-2x}$ 이다.

따라서 $x=\sqrt{1-2x}$; $x^2=1-2x$; $x=\sqrt{2}-1$이다.

Section 2.5 연습문제

1.

풀이 $\cosh^2 x = 1 + \sinh^2 x = 1 + \left(-\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{13}{9}$; $\cosh x = \sqrt{\dfrac{13}{9}} = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$,

$\tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{-2/3}{\sqrt{13}/3} = -\dfrac{2}{\sqrt{13}}$, $\coth x = \dfrac{1}{\tanh x} = -\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

$\operatorname{sech} x = \dfrac{1}{\cosh x} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$, $\operatorname{cosech} x = \dfrac{1}{\sinh x} = -\dfrac{3}{2}$

3.

풀이 $\operatorname{sech}^2 x = 1 - \tanh^2 x = 1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{4}$; $\operatorname{sech} x = \sqrt{\dfrac{3}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$\cosh x = \dfrac{1}{\operatorname{sech} x} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$, $\sinh^2 x = \cosh^2 x - 1 = \left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 = \dfrac{1}{3}$; $\sinh x = \sqrt{\dfrac{1}{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$,

$\operatorname{cosech} x = \dfrac{1}{\sinh x} = \sqrt{3}$, $\coth x = \dfrac{1}{\tanh x} = 2$

5.

풀이 $4\sinh(-\ln x) = 4 \cdot \dfrac{e^{-\ln x} - e^{-(-\ln x)}}{2} = 2\left(e^{\ln 1/x} - e^{\ln x}\right) = 2\left(\dfrac{1}{x} - x\right)$

7.

풀이 $(\sinh(\ln x) + \cosh(\ln x))^2 = \left(e^{\ln x}\right)^2 = x^2$

9.

풀이 $\cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh y = \dfrac{e^y + e^{-y}}{2}$, $\sinh y = \dfrac{e^y - e^{-y}}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}
\sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y &= \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} + \frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2} \\
&= \frac{1}{4}\left[\left(e^x - e^{-x}\right)\left(e^y + e^{-y}\right) + \left(e^x + e^{-x}\right)\left(e^y - e^{-y}\right)\right] \\
&= \frac{1}{2}\left(e^{x+y} - e^{-(x+y)}\right) = \sinh(x+y)
\end{aligned}$$

11.

풀이 $$\frac{\tanh x+\tanh y}{1+\tanh x\tanh y}=\frac{\dfrac{\sinh x}{\cosh x}+\dfrac{\sinh y}{\cosh y}}{1-\dfrac{\sinh x}{\cosh x}\cdot\dfrac{\sinh y}{\cosh y}}=\frac{\dfrac{\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y}{\cosh x\cosh y}}{\dfrac{\cosh x\cosh y-\sinh x\sinh y}{\cosh x\cosh y}}$$

$$=\frac{\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y}{\cosh x\cosh y-\sinh x\sinh y}=\frac{\sinh(x+y)}{\cosh(x+y)}$$

$$=\tanh(x+y)$$

13.

풀이 $\cosh x\cosh y-\sinh x\sinh y=\cosh x\cosh(-y)+\sinh x\sinh(-y)=\cosh(x-y)$

15.

풀이 [연습문제 9]에서 $x=y$이면 명백히 성립함.

17.

풀이 [연습문제 11]에서 $x=y$이면 명백히 성립함.

19.

풀이 [연습문제 16]에서 $\cosh 2x=\cosh^2 x+\sinh^2 x=2\cosh^2 x-1$이므로 명백히 성립함.

21.

풀이 [연습문제 9]에서 [연습문제 10]의 결과를 더하면 얻는다.

23.

풀이 [연습문제 10]에서 [연습문제 13]의 결과를 더하면 얻는다.

25.

풀이 [연습문제 21]에서 $x+y=X$, $x-y=Y$라 하면 $x=\dfrac{X+Y}{2}$, $y=\dfrac{X-Y}{2}$이므로 명백히 성립한다.

27.

풀이 [연습문제 23]에서 $x+y=X$, $x-y=Y$라 하면 $x=\dfrac{X+Y}{2}$, $y=\dfrac{X-Y}{2}$이므로 명백히 성립한다.

29.

풀이 $\cosh^2 x = 1+\sinh^2 x = 1+\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{13}{9}$; $\cosh x = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$

$\cosh^2 y = 1+\sinh^2 y = 1+\left(\dfrac{2}{5}\right)^2 = \dfrac{29}{25}$; $\cosh y = \dfrac{\sqrt{29}}{5}$ 이므로

(a) $\sinh(x+y) = \sinh x\cosh y + \cosh x \sinh y = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{29}}{5}+\dfrac{\sqrt{13}}{3}\cdot\dfrac{2}{5} = \dfrac{2\sqrt{29}+2\sqrt{13}}{15}$

(b) $\cosh(x+y) = \cosh x\cosh y + \sinh x \sinh y = \dfrac{\sqrt{13}}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{29}}{5}+\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{5} = \dfrac{4+\sqrt{377}}{15}$

31.

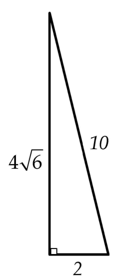
풀이 $\sinh^{-1}2x = \ln\left(2x+\sqrt{4x^2+1}\right) = \ln(4+\sqrt{17})$

33.

풀이 $\cosh^{-1}\dfrac{x}{2} = \ln\left(\dfrac{x+\sqrt{x^2-4}}{2}\right)$

35.

풀이 보트가 부두로부터 2m 떨어진 곳의 보트의 좌표를 $(2, y)$ 그리고 사람이 걸음을 멈춘 부두의 위치를 y_1이라 하자. 그러면 보트가 멈춘 부두로부터 이 사람까지 거리는 다음 그림과 같이 $\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}$ m이다. 그러므로 이 사람이 걸은 거리는 다음과 같다.



$$y_1 = 4\sqrt{6}+y(2) = 4\sqrt{6}+10\,\mathrm{sech}^{-1}\frac{2}{10}-\sqrt{10^2-2^2}$$

$$= 10\,\mathrm{sech}^{-1}\frac{1}{5} = 10\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-(1/5)^2}}{1/5}\right)$$

$$= 10\ln(5+2\sqrt{6}) \fallingdotseq 22.92\,(\mathrm{m})$$