

MSE, 미적분학

## [연습문제 답안 이용 안내]

- 본 연습문제 답안의 저작권은 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

## Chapter 01 연습문제 답안

### 《Section 1.1》

1.
  - (a)  $2 - 0^2 = 2$
  - (b)  $2 - 1^2 = 2 - 1 = 1$
  - (c)  $2 - (b^3)^2 = 2 - b^6$
  - (d) 9
  - (e) 4
  - (f)  $(b^3 - 3)^2$
  - (g)  $g(b) = (b - 3)^2$   
 $[g(b)]^3 = [(b - 3)^2]^3 = (b - 3)^6$
  - (i)  $f : (-\infty, 2], g : [0, \infty)$
  
2.
  - (a)  $f(-7) = \frac{|-7|}{(-7)} = -1,$   
 $f(3) = 1$
  - (b)  $x \neq 0$
  - (c) 1, -1
  - (d)  $f(2+3) = f(5) = 1, f(2) = 1, f(3) = 1,$   
 $f(2) + f(3) = 2.$
  - (e)  $f(-2+6) = f(4) = 1, f(-2) = -1, f(6) = 1,$   
 $f(-2) + f(6) = 0$
  - (f) 둘 다 양수이거나, 둘 다 음수일 때는 성립하지 않는다.  
 한 수가 양수이고, 한 수가 음수일 때를 살펴보면 역시 성립하지 않는다.  
 $f(a+b) = f(\neg) = -1, f(a) + f(b) = -1 - 1 = -2$
  
3.
  - (a) 1, -1
  - (b) 모든 정수
  - (c) 0, 1
  - (d)  $x^2 + 4 = x$ 를 만족하는 값이 고정점이지만, 만족하는 값이 없다.
  
4.  $f(a^2) = 2a^2 + 1, (f(a))^2 = (2a + 1)^2$  이므로 두 함수값을 같다고 놓고 풀면  
 $2a^2 + 4a = 0, 2a(a + 2) = 0, a = 0, -2.$
  
5. (a)  $f(f(x)) = f(x^3) = (x^3)^3 = x^9$

(b)  $\int x$

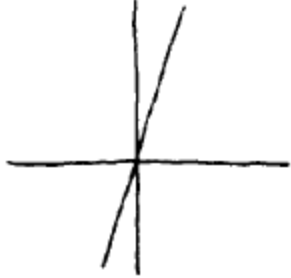
(c)  $f(f(x)) = f(-x+1) = -(-x+1)+1 = x,$   
 $f(f(f(x))) = f(\text{마지막 답}) = f(x) = -x+1,$   
 $f(f(f(f(x)))) = f(\text{마지막 답}) = f(-x+1) = -(-x+1)+1 = x$

이므로 짝수 번째에는  $x$ , 홀수 번째에는  $-x+1$

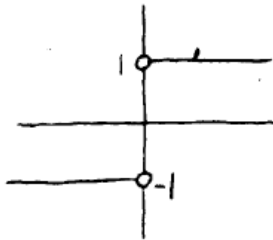
6.  $p[300 - (p - 200)] = 500p - p^2 \quad 200 \leq p \leq 350$

《Section 1.2》

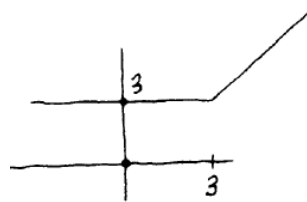
1. (a) 증가함수, 일대일 함수, 연속함수 (b) 연속함수



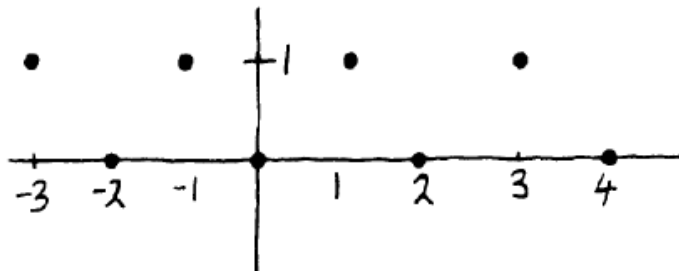
- (c) 연속함수



- (d) 연속함수



- 2.



3. (a)  $f(-1) = 0, f(0) = 2, f(6) = 2$   
 (b)  $x$ 가 1보다 조금 클 때  $f(x) = 4$ 이고,  $x$ 가 약 4일 때  $f(x) = 4$ 이다.  
 (c)  $x \leftarrow 1$

4. 줄어든다.

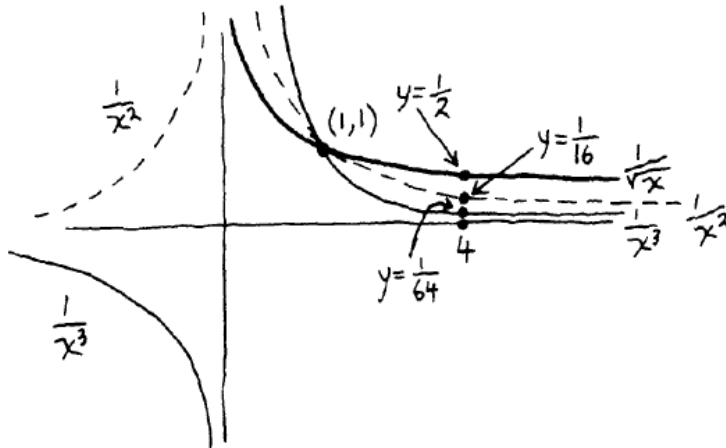
5. (a) 연속이 아닐 것이다. 보통 요금은 특정 무게에서 건너뛰는 경우가 많기 때문이다.

(b) 예

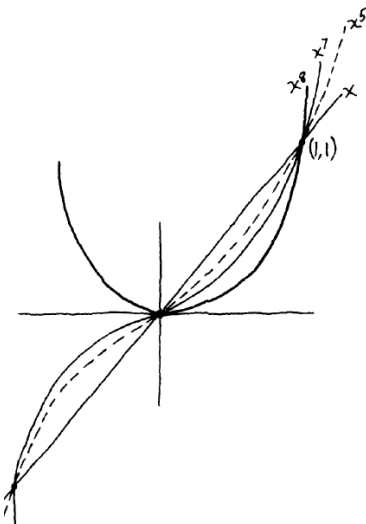
6. (a) 그래프는  $x$  축 위에 있다.

(b) 그래프는  $y = x$  위에 있다.

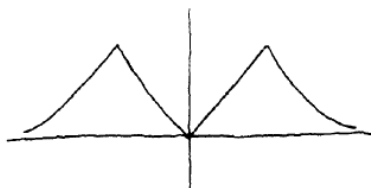
7. (a)



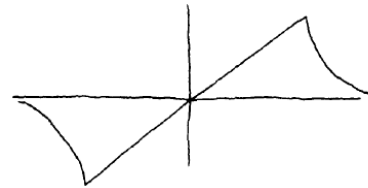
(b)



8. (a)

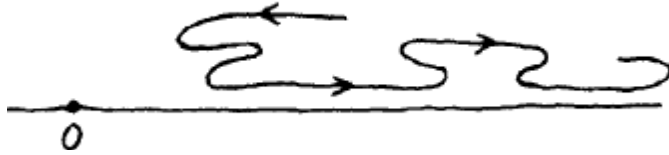


(b)



9. 기울기가 3이므로, 방정식은  $y - 2 = 3(x - 1)$ ,  $y = 3x - 1$ ,  $f(x) = 3x - 1$

10. (a) 움직이지 않고 한 점에 머무른다.  
 (b) 오른쪽으로  $1mph$ 로 움직인다.  
 (c) 왼쪽으로 움직인다. 시간이 지날수록 위치는 작아진다.  
 (d) 0의 오른쪽에서 움직인다.



《Section 1.3》

1. (a)  $\frac{\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = 36^\circ$

(b)  $\frac{5}{6} \times 180 = 150^\circ$

(c)  $-60^\circ$

2. (a)  $12 \times \frac{\pi}{180} = \frac{1}{15}\pi$

(b)  $-\frac{\pi}{2}$

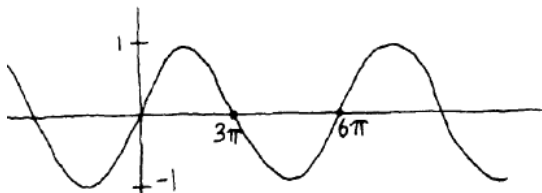
(c)  $\frac{100}{180}\pi = \frac{5}{9}\pi$

3. (a)  $\sin 210^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

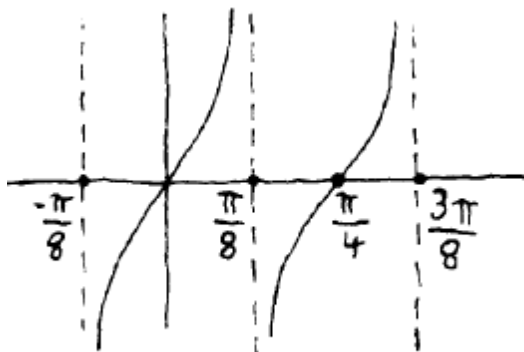
(b)  $\cos 3\pi = \cos \pi = -1$

(c)  $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

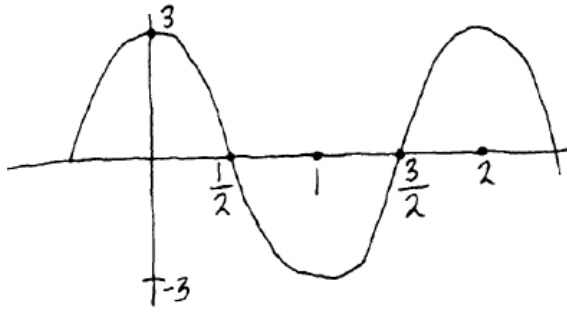
4. (a)



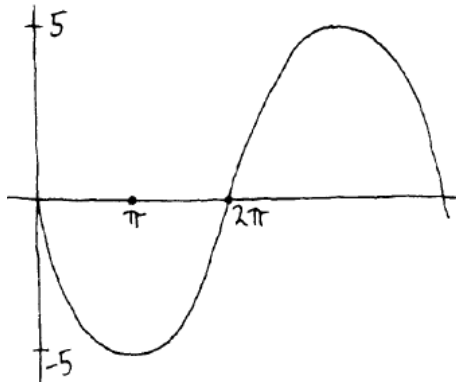
(b)



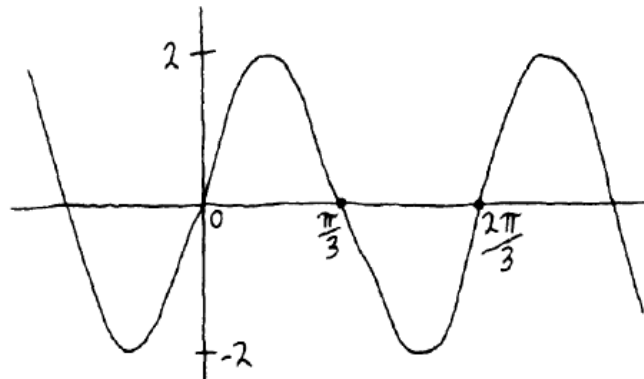
(c)



(d)



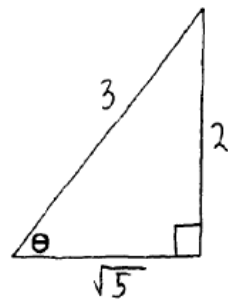
(e)



5. (a)  $-\sin x = -a$   
 (b)  $\cos y = b$   
 (c)  $-a$   
 (d)  $-b$   
 (e)  $a^2$   
 (f) 할 수 없다.

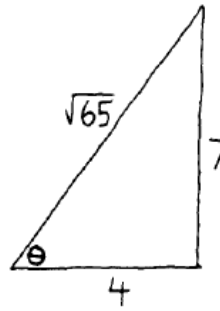


6. (a)



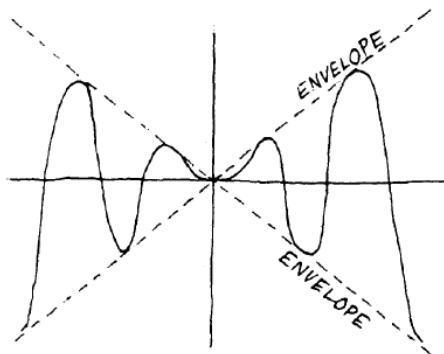
$$\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

(b)

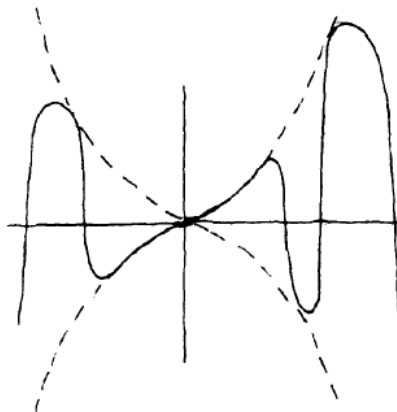


$$\sin \theta = \frac{7}{\sqrt{65}}$$

7. (a)



(b)



## 《Section 1.4》

1.  $f^{-1}(4) = 3, f^{-1}(2) = 5$
2.
  - (a)  $x + 3$
  - (b) 일대일 함수가 아니므로 역함수가 존재하지 않는다.
  - (c) 자기 자신이 역함수이다.
  - (d)  $-x$
3. 
 
$$y = 2x - 9$$

$$x = \frac{1}{2}(y + 9)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 9)$$
4. 17
5. 증가함수는 반드시 일대일 함수이므로 역함수가 존재한다, 역함수 또한 증가함수이다.  $f$ 가 증가하면,  $x$ 가 증가하고,  $y$  또한 증가한다. 따라서 역함수도  $y$ 가 증가하면  $x$ 가 증가한다.
6. 사실이다. 만약  $f$ 가 연속함수가 아니라면, 역함수 또한 연속함수가 아니다.
7.
  - (a)  $x \geq 0$  인 구간에서만
  - (b) 예
8.
  - (a)  $\frac{1}{2}\pi$
  - (b) 0
  - (c) 없다.  $-1 \leq \sin\theta \leq 1$ 이므로  $\sin\theta = 2$ 인  $\theta$ 는 없다.
  - (d)  $\cos 150^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 이므로  $150^\circ$
  - (e)  $-60^\circ$
  - (f)  $45^\circ$
  - (g)  $-45^\circ$
9.  $\frac{\pi}{2}$  보다 작다는 사실만 알 수 있다.

10. (a) 거짓. 예를 들어  $\sin 2\pi = 0$ 이지만  $\sin^{-1} 0$ 은  $2\pi$ 가 아니다.  
 (b) 참

11. (a)  $-\frac{1}{2}\pi \leq \pi\theta \leq \frac{1}{2}\pi, -\frac{1}{2} \leq \theta \leq \frac{1}{2}$ 에서

$$2(z-3) = \sin \pi\theta, \pi\theta = \sin^{-1} 2(z-3),$$

$$\theta = \left(\frac{1}{\pi}\right) \sin^{-1} 2(z-3)$$

- (b)  $0 \leq 2\theta - \frac{1}{3}\pi \leq \pi, \frac{1}{6}\pi \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi$

$$\cos^{-1} \frac{1}{5}x = 2\theta - \frac{1}{3}\pi, \theta = \frac{1}{2}(\cos^{-1} \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}\pi)$$

12. 우함수는 일대일 함수가 아니기 때문에 역함수를 가질 수 없다. 기함수는 역함수를 가질 수도 있지만, 가지지 않을 수도 있다.

## 《Section 1.5》

1.
  - (a)  $-e^{10}, e^{-10}, e^{10}$
  - (b)  $e^{-5}, e^{-3}, e^{-1/2}, e^{1/3}, e^6$
  - (c)  $e^7 > e^6$  옳]므로  $-e^7 < -e^6$
  
2.
  - (a) 7
  - (b) 4
  - (c)  $e^{\ln 2^6} = 64$
  - (d)  $\ln e^{1/2} = \frac{1}{2}$
  - (e)  $e^{\ln(1/2)^{-1}} = e^{\ln 2} = 2$
  - (f)  $e^1 e^{\ln 4} = 4e$
  - (g)  $e^{\ln x + \ln y} = e^{\ln x} e^{\ln y}$
  
3.
  - (a)  $\ln 2 + \ln 3 = a + b$
  - (b)  $\ln 2^3 = 3\ln 2 = 3a$
  - (c)  $\frac{1}{2} \ln 3 = \frac{1}{2} b$
  - (d)  $\ln 3^4 = 4\ln 3 = 4b$
  - (e)  $-\ln 2 = -a$
  - (f)  $\ln 3 - \ln 2 = b - a$
  - (g)  $a + b$
  - (h)  $ab$
  - (i)  $a/b$
  - (j)  $a^3$
  - (k)  $3\ln 2 = 3a$
  
4.
  - (a)  $2x + 3 > 0, x > -3/2$
  - (b)  $\sin \pi x > 0, -2 < x < -1, 0 < x < 1, 2 < x < 3, etc$
  - (c) *all x*
  - (d)  $\ln x > 0, x > 1$
  - (e)  $\ln \ln x > 0, \ln x > 1, x > e$
  - (f)  $\ln \ln \ln x > 0, \ln \ln x > 1, \ln x > e, x > e^e$

5.  $-\ln(\sqrt{2}-1) = \ln \frac{1}{-1+\sqrt{2}} = \ln\left(\frac{1}{-1+\sqrt{2}} \cdot \frac{-1-\sqrt{2}}{-1-\sqrt{2}}\right) = \ln(1+\sqrt{2})$
6. (a) 예.  $\ln$ 함수는 일대일 함수이다.  
 (b) 예. 지수함수는 일대일 함수이다.  
 (c) 아니오.  $\sin 0 = \sin 2\pi, 0 \neq 2\pi$
7.  $(e^{4-2\ln 3-\ln 2})^{1/3} = (e^4 e^{-2\ln 3} e^{-\ln 2})^{1/3} = (e^4 e^{\ln 3^{-2}} e^{\ln 1/2})^{1/3} = (e^4 \cdot 3^{-2} \cdot \frac{1}{2})^{1/3}$   
 $= \sqrt[3]{e^4/18} = e \sqrt[3]{e/18}$
8.  $e^{x \ln 2} = e^{\ln 2^x} = 2^x$
9. 차는 원점에서 시작하여 오른쪽으로 움직인다. 처음에는 느리지만 점차 빨라진다.
10. (a)  $e^{-x} = \frac{3}{2}, -x = \ln \frac{3}{2}, x = -\ln \frac{3}{2} = \ln \frac{2}{3}$   
 (b)  $2x+7 = e^{-1}, x = \frac{1}{2}(e^{-1}-7)$   
 (c)  $e^x$ 는 절대 음수가 될 수 없다.  
 (d)  $e^{-2} < x < e^8$   
 (e)  $2x+7 > \ln 5, x > \frac{1}{2}(\ln 5-7)$   
 (f)  $\ln x = -4, x = e^{-4}$   
 (g)  $-x = e^4, x = -e^4$   
 (h)  $5x+3 = 2x, x = -1$   
 (i)  $\ln x = e^{-2}, x = e^{e^{-2}}$   
 (j)  $e^x = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, x = \ln \frac{1}{2}$   
 (k)  $\ln x^4 + \ln 2x = 3, \ln 2x^5 = 3, 2x^5 = e^3, x = \sqrt[5]{\frac{1}{2}e^3}$   
 (l)  $5x-3 = 2x, x = 1$   
 (m)  $5x+3 = 2x, x = -1$ 이지만,  $\ln 2x$ 는 절대 음수가 될 수 없으므로. 답이 없다.  
 (n)  $\ln x(x+1) = 2, x(x+1) = e^2, x^2+2x-e^2 = 0,$   
 $x = \frac{1}{2}(-2 \pm \sqrt{4+4e^2}) = -1 \pm \sqrt{1+e^2}$   
 (o)  $x = -x, x = 0$   
 (p)  $x = 0$

(q)  $x = -2$

(r)  $\ln x = 0, x = 1$

(s)  $25 = 10 + 5\ln 3x, \ln 3x = 3, 3x = e^3, x = \frac{1}{3}e^3$

11.  $\ln \frac{1}{2} \sqrt{2} = \ln \frac{1}{2} + \ln \sqrt{2} = -\ln 2 + \ln 2^{1/2} = -\ln 2 + \frac{1}{2} \ln 2 = -\frac{1}{2} \ln 2$

12.  $\ln T = -\frac{2}{3} \ln V$   
 $\ln T = \ln V^{-2/3}$   
 $T = V^{-2/3}$   
 $TV^{2/3} = 1 = \text{constant}$

13.  $(\ln x)(4 + 2\ln x) = 0$   
 $\ln x = 0$  or  $4 + 2\ln x = 0$ ,  
 $x = 1$  or  $\ln x = -2$   
 $x = 1, e^{-2}$

14. (a) 참  
 (b) 거짓

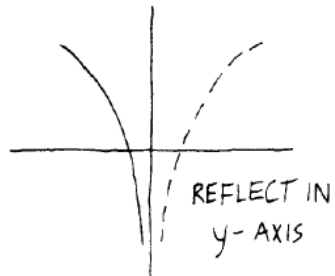
15.  $\ln \frac{1}{2}$  는 음수이다.

## 《Section 1.6》

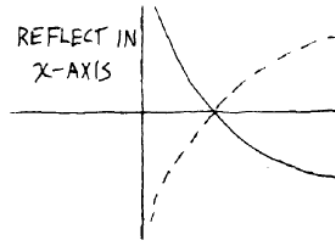
1.
  - (a)  $f$ 는  $x = 3$ 에서 불연속이고,  $10 - 10x^2 = 0$ ,  $x = 1$ 일 때 0이다.  
 양수가 되는 구간 :  $(-\infty, -1), (1, 3)$   
 음수가 되는 구간 :  $(-1, 1), (3, \infty)$
  - (b)  $f$ 는  $x = 1$ 에서 불연속이고,  $x = -1$ 일 때 0이다.  
 양수가 되는 구간 :  $(-\infty, -1), (1, \infty)$   
 음수가 되는 구간 :  $(-1, 1)$
  - (c)  $f$ 는 항상 연속이며, 실수해가 없다. 따라서  $f$ 는 0일 수 없으므로, 항상 양수가 된다.
  - (d) 양수가 되는 구간 :  $(0, \infty)$   
 음수가 되는 구간 :  $(-\infty, 0)$
  - (e)  $f$ 는 항상 연속이며,  $x = -3, 2$ 일 때 0이다.  
 양수가 되는 구간 :  $(-\infty, -3), (2, \infty)$   
 음수가 되는 구간 :  $(-3, 2)$
  
2.
  - (a)  $f$ 는  $x = 0$ 에서 불연속이고,  $16x + 54 = 0$ 일 때 0이므로  $x = -\frac{27}{8}$ 이다.  
 따라서  $x < -\frac{27}{8}$  or  $x > 0$ 이다.
  - (b)  $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{9}{6x+4} - 3$  이라고 하자.  
 이를 풀면  $x = \pm \frac{1}{3}$ 이다.  
 따라서  $x < -\frac{2}{3}$  or  $-\frac{1}{3} < x < 0$  or  $x > \frac{1}{3}$
  - (c)  $f$ 는  $x = 2, -2$ 에서 불연속이고 0인 값은 없다.  
 따라서  $x < -2$  or  $x > 2$

《Section 1.7》

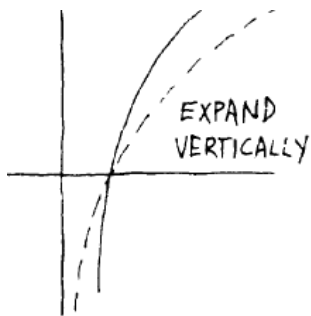
1. (a)



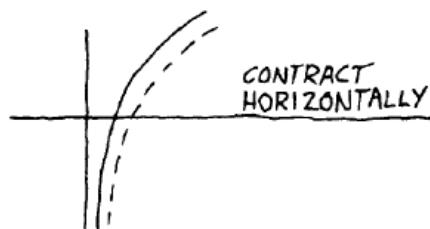
(b)



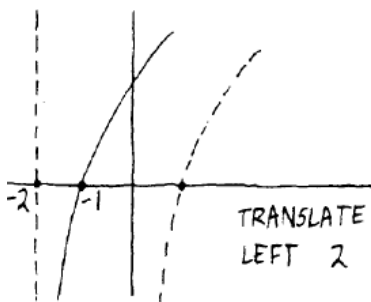
(c)



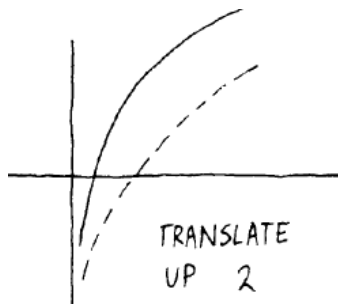
(d)



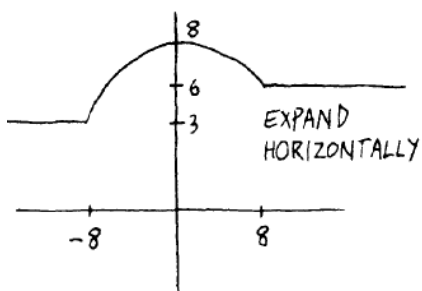
(e)



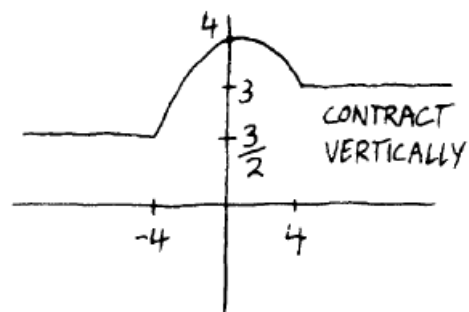
(f)



2. (a)

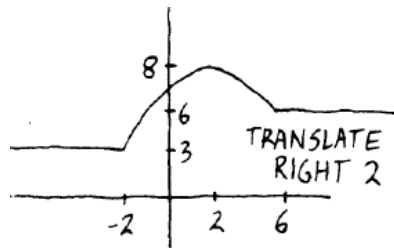


(b)

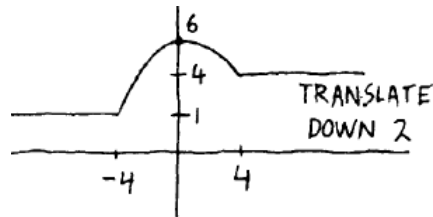




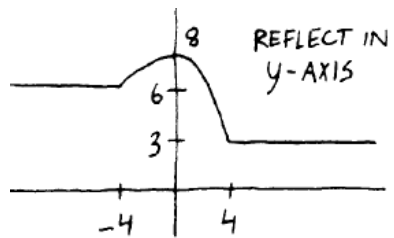
(c)



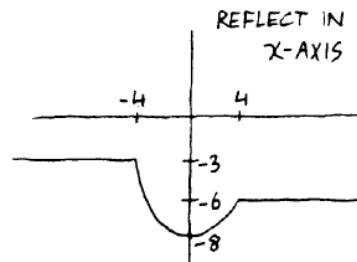
(d)



(e)



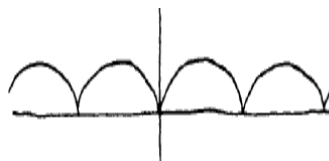
(f)



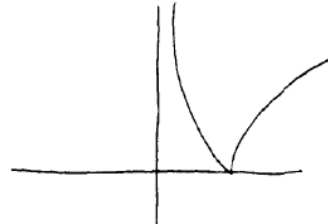
3. (a)  $y = 2(x+2)^7 + (2[x+2] + 3)^6$

(b)  $y = 2x^7 + (2x+3)^6 - 5$

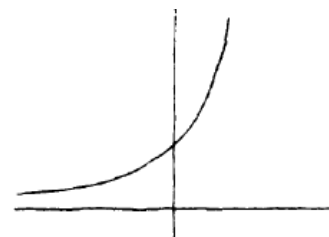
4. (a)



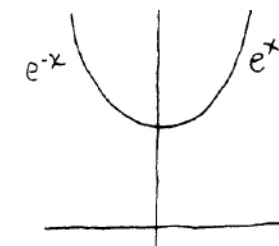
(b)



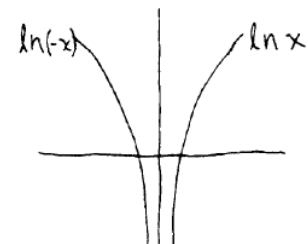
(c)



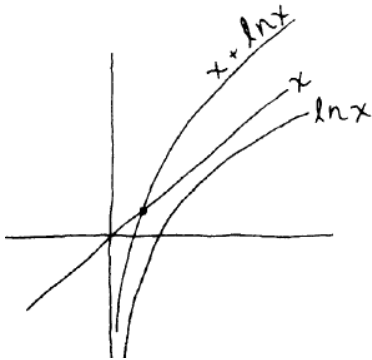
(d)



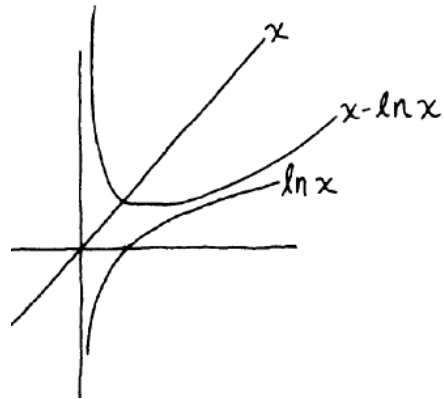
(e)



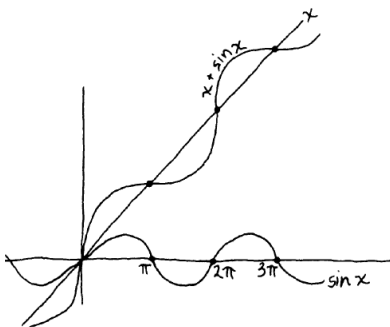
5. (a)



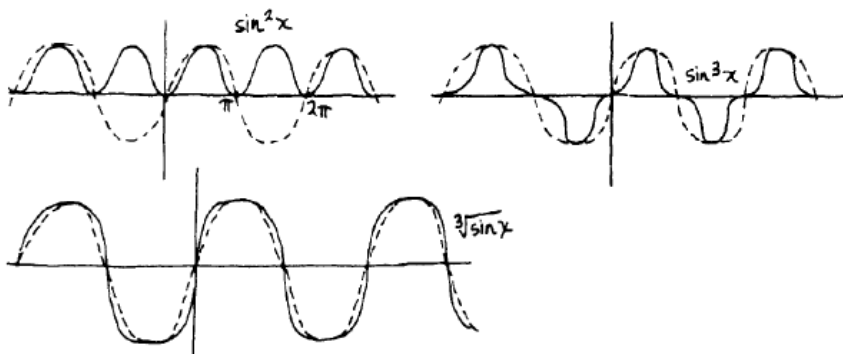
(b)



(c)

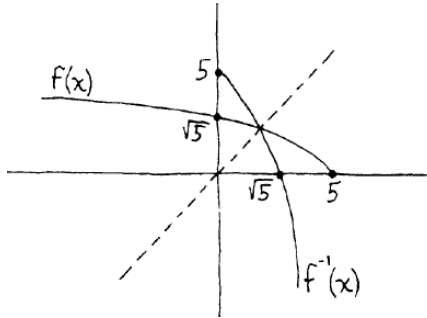


6.



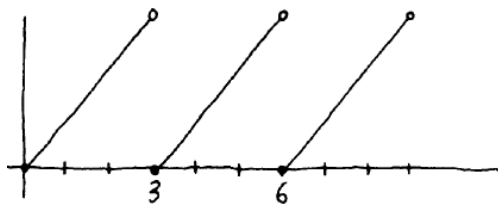
《복습문제》

1. (a)  $\sqrt{9} = 3$   
 (b)  $x \leq 5$ 일 때  $f$ 가 정의된다. 즉 치역은  $[0, \infty)$   
 (c)  $f(a^2) = \sqrt{5 - a^2}$ ,  $(f(a))^2 = (\sqrt{5 - a})^2 = 5 - a$   
 (d)



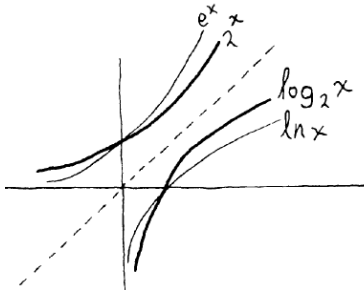
2. (a)

$x$	0	1.3	2.8	3	3.7	5.6	6
$y$	0	1.3	2.8	0	.7	2.6	0



- (b)  $[0, 3)$   
 (c) 일대일 함수가 아니기 때문에, 역함수도 없다.  
 (d) 예를 들어  $f(10) = 1$ ,  $f(f(10)) = f(1) = 1$ 이므로,  
 일반화 하면  $f(f(x)) = f(x)$ 이다.
3. (a)  $f(x) = x$   
 (b) 일대일 함수이다.  
 (c) 주기가 7인 주기함수이다.

4.

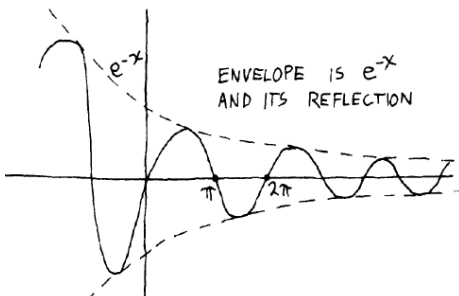


5.  $-45^\circ$

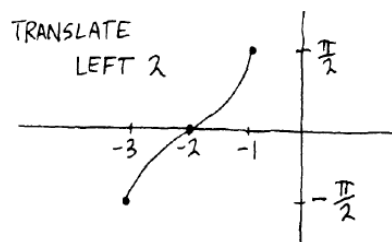
6. (a)  $e^{y/2} = 3x + 4, x = \frac{1}{3}(e^{y/2} - 4)$

(b)  $y - 4 = e^{3x}, \ln(y - 4) = 3x, x = \frac{1}{3} \ln(y - 4)$

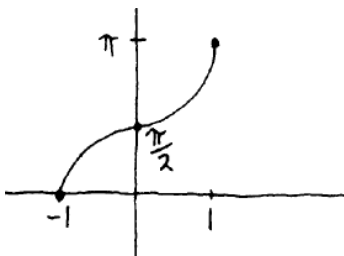
7. (a)



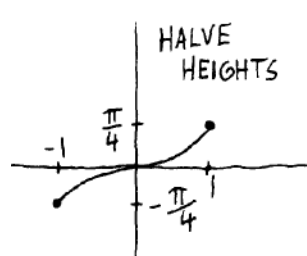
(b)



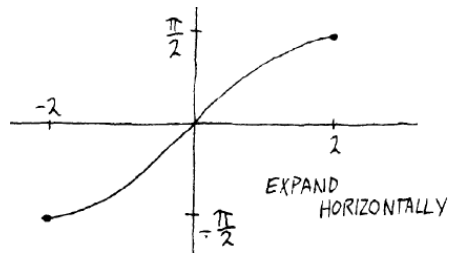
(c)



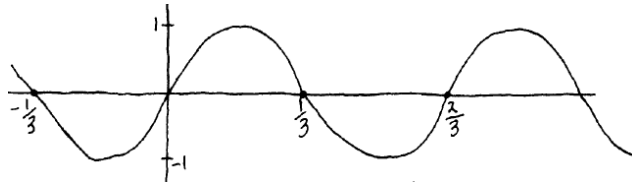
(d)



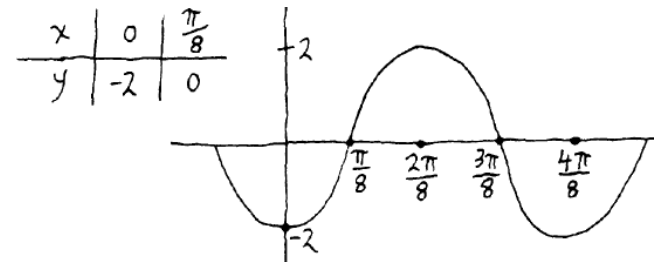
(e)



(f)

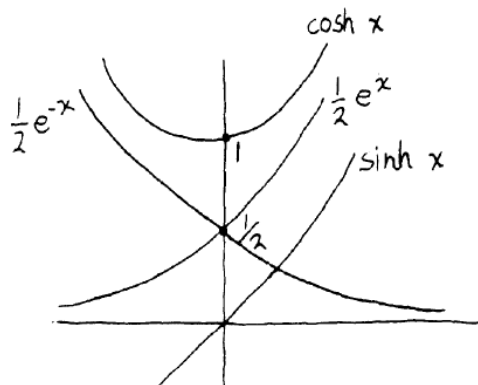


(g)



8.

(a)



$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \cosh^2 x - \sinh^2 x &= \frac{1}{4}(e^x + e^{-x})^2 - \frac{1}{4}(e^x - e^{-x})^2 \\ &= \frac{1}{4}(e^{2x} + 2 + e^{-2x}) - \frac{1}{4}(e^{2x} - 2 + e^{-2x}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \end{aligned}$$

9.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \ln \left[ \frac{x}{2x-3} \right] &= 4, \quad \frac{x}{2x-3} = e^4 \\ x &= 2e^4 x - 3e^4, \quad x(2e^4 - 1) = 3e^4 \\ x &= \frac{3e^4}{(2e^4 - 1)} \end{aligned}$$

(b)  $x < e^{-8}$

(c)  $e^x < -4$

(d)  $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{4}x$ 라고 하자.  $x=0, 3$ 일 때와  $x=-1$ 일 때 0이다.

$$-1 < x < 0, x > 3$$

10.  $5e^{\ln 3^2} = 5e^{\ln 9} = 45$

11.  $\ln(x/5x) = \ln \frac{1}{5} = -\ln 5$