[IT CookBook] 기초 신호 및 시스템
: 개념과 원리가 한눈에 보이는 200여 개의 풍부한 예제

[연습문제 답안 이용 안내]

Chapter 12 z 변환

[Quick Review]

[1] *Ans)* 많은

[2] *Ans)* 인과

[3] *Ans)* ×

[4] *Ans)* 단방향

[5] *Ans)* ○

[6] *Ans)* ×

[7] *Ans)* 시간 이동

[8] *Ans)* ×

[9] *Ans)* $\frac{X(z)}{z}$

[10] *Ans)* ×

[11] *Ans)* 실수

[12] *Ans)* ○

[13] *Ans)* ×

[14] *Ans)* 임펄스 응답, 차분방정식

[15] *Ans)* 분모

[16] *Ans)* 곱

[17] *Ans)* ○

[18] *Ans)* ○

[19] *Ans)* 극, 안

[20] *Ans)* $z = e^{j\Omega}$

[기초 문제]

12.1 *Ans)*

(a) $X(z)=\dfrac{z^4+2z^3+3z^2+2z+1}{z^4}$

(b) $X(z)=\dfrac{z^4+0.5z^3+(0.5)^2z^2+(0.5)^3z+(0.5)^4}{z^4}$

(c) $X(z)=\dfrac{z^2}{z^2-1}$

(d) $X(z)=\dfrac{z}{z+1}$

12.2 *Ans)*

(a) $x[n]=u[n-m] \Leftrightarrow \dfrac{z}{z^m(z-1)}$

(b) $x[n]=(0.5)^{n+1}u[n-1] \Leftrightarrow z^{-1}\dfrac{0.25z}{z-0.5}=\dfrac{0.25}{z-0.5}$

(c) $\left((0.5)^n\cos\left(\dfrac{\pi}{3}n\right)\right)u[n-1] \Leftrightarrow \dfrac{0.25(z-1)}{z^2-0.5z+0.25}$

12.3 *Ans)*

(a) $Y(z)=\dfrac{1}{(z+0.5)^2}, \quad |z|>0.5$

(b) $Y(z)=\dfrac{2z}{(z+1)^2}, \quad |z|>1$

(c) $Y(z)=-\dfrac{z}{(z-0.5)^2}, \quad |z|>0.5$

12.4 *Ans)*

(a) $y[n]=x[-n]=(0.5)^{-n}u[-n]$

(b) $y[n]=(-1)^n x[n]$

(c) $y[n]=(0.5)^n u[n]*(0.5)^n u[n]=(n+1)(0.5)^n$

12.5 *Ans)*

(a) $y[n]=\delta[n]+3\delta[n-1]+6\delta[n-2]+5\delta[n-3]+3\delta[n-4]$
$\quad =[\check{1},\ 3,\ 6,\ 5,\ 3]$

(b) $y[n]=u[n]+u[n-4]=\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]+\delta[n-3]+2u[n-4]$

(c) $y[n]=(n+1)u[n+1]=r[n+1]$

(d) $y[n]=2u[n]-(\frac{1}{2})^n u[n]=(2-(\frac{1}{2})^n)u[n]$

12.6 *Ans)*

(a) 초깃값 : $x[0]=0$ & 최종값 : $x[\infty]=0$
(b) 초깃값 : $x[0]=1$ & 최종값 : 없음
(c) 초깃값 : $x[0]=1$ & 최종값 : 없음
(d) 초깃값 : $x[0]=1$ & 최종값 : $x[\infty]=0$

12.7 *Ans)*

(a) $x[n]=2u[n]-(0.5)^n u[n]=(2-(0.5)^n)u[n]$

(b) $x[n]=\frac{1}{4}(-1)^n u[n]+\frac{1}{2}u[n]+\frac{3}{4}nu[n]=\frac{1}{4}((-1)^n+2+3n)u[n]$

(c) $x[n]=(\frac{\sqrt{2}}{2})^n \cos(\frac{\pi}{4}n)+(\frac{\sqrt{2}}{2})^n \sin(\frac{\pi}{4}n)=\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2})^n \cos(\frac{\pi}{4}n-\frac{\pi}{4})$

(d) 문제에 오타 있음. $X(z)=\frac{z(3z-1)}{(z+1)(z-1)^3}$

$x[n]=\frac{1}{2}(-1)^n u[n]+\frac{1}{2}n^2 u[n]+\frac{1}{2}nu[n]-u[n]=\frac{1}{2}((-1)^n+n^2+n-2)u[n]$

12.8 *Ans)*

(a) $y[n]=[0.25(0.25)^n u[n]]+\left[-\frac{1}{3}(0.25)^n u[n]+\frac{4}{3}u[n]\right]=(-\frac{1}{12}(0.25)^n+\frac{4}{3})u[n]$

(b) $y[n]=\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\frac{3}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]\right]+\left[-\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]+u[n]\right]$
$=\left(-\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n+1\right)u[n]$

(c) $y[n]=[0.5(0.5)^n u[n]-u[n]]+[-(0.5)^n u[n]+(n+3)u[n]]=(-(0.5)^{n+1}+(n+2))u[n]$

12.9 *Ans)*

(a) 전달함수 : $H(z)=\frac{1}{1-0.3z^{-1}-0.1z^{-2}}=\frac{z^2}{z^2-0.3z-0.1}$

임펄스 응답 : $h[n]=\left(\frac{5}{7}(0.5)^n+\frac{2}{7}(-0.2)^n\right)u[n]$

극 : $z=0.5,\ -0.2$

영점 : $z=0,\ 0$

안정도 : 극이 단위원 안에 있으므로 안정

(b) 전달함수 : $H(z)=\frac{5z^{-1}-z^{-2}}{1-\frac{5}{6}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2}}=\frac{5z-1}{z^2-\frac{5}{6}z+\frac{1}{6}}$

임펄스 응답 : $h[n] = \left(\frac{1}{4}(\frac{1}{2})^{n-1} - 4(\frac{1}{3})^{n-1}\right)u[n-1]$

극 : $z = \frac{1}{2}, \ \frac{1}{3}$

영점 : $z = \frac{1}{5}$

안정도 : 극이 단위원 안에 있으므로 안정

(c) 전달함수 : $H(z) = \frac{1+z^{-1}}{1+2z^{-1}+2z^{-2}} = \frac{z^2+z}{z^2+2z+2}$

임펄스 응답 : $h[n] = (\sqrt{2})^n\left(\cos\frac{3\pi}{4}n\right)u[n]$

극 : $z = -1 \pm j1$

영점 : $z = 0, \ -1$

안정도 : 단위원 밖에 극을 가지므로 불안정

12.10

Ans) 종속 연결 : $H(z) = \frac{z}{(z-a)(z-b)}$

병렬 연결 : $H(z) = \frac{z^2+(1-b)z-a}{(z-a)(z-b)}$

[응용 문제]

12.11 *Ans)* ㉰

12.12 *Ans)*

(a) $x[n]=\{(-0.5)^{(n-1)}+(1.5)^{(n-1)}\}u[n-1]=\left\{-2(-0.5)^n+\frac{2}{3}(1.5)^n\right\}u[n-1]$

(b) $x[n]=(-0.5)^{(n-1)}u[n-1]-\frac{2}{3}(1.5)^n u[-n]$

(c) $x[n]=\left\{2(-0.5)^n-\frac{2}{3}(1.5)^n\right\}u[-n]$

12.13 *Ans)*

(a) $X_1(z)=\dfrac{1}{z^3-3z^2+5z-9}$

(b) $X_2(z)=\dfrac{z^6}{z^3-3z^2+5z-9}-(z^3x[0]+z^2x[1]+zx[2])$

(c) $x[0]=1,\ x[3]=6$ & $x_1[3]=1$ & $x_2[0]=6$

$x_1[n]$은 인과 신호 $x[n]$을 $n=3$만큼 지연시킨 신호이므로 시간 이동에 의해 가감되는 샘플 성분이 없다. 따라서 이의 z 변환 $X_1(z)$을 역변환하더라도 $x_1[3]=x[0]$을 만족한다.

또한 $x_2[n]$은 $x[n]$을 $n=3$만큼 시간 선행하여 $n<0$에 해당되는 샘플 성분들을 버린 인과 신호이기 때문에 이의 z 변환 $X_2(z)$을 역변환하게 되면 $x_2[0]=x[3]$을 만족한다.

12.14 *Ans)*

(a) (ⅰ) 전달 함수 : $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{1-0.5z^{-1}}{1-0.25z^{-1}}=\dfrac{z-0.5}{z-0.25}$

(ⅱ) 임펄스 응답 : $h[n]=(0.25)^n u[n]-0.5(0.25)^{(n-1)}u[n-1]=\delta[n]-(0.25)^n u[n-1]$

(ⅲ) 차분 방정식 : $y[n]-0.25y[n-1]=x[n]-0.5x[n-1]$

(b) (ⅰ) 전달 함수 : $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{4\left(1+\frac{1}{3}z^{-1}\right)}{(1+z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}=\dfrac{4z\left(z+\frac{1}{3}\right)}{(z+1)(z-\frac{1}{3})}$

(ⅱ) 임펄스 응답 : $h[n]=2(-1)^n u[n]+2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

(ⅲ) 차분 방정식 : $y[n]+\frac{2}{3}y[n-1]-\frac{1}{3}y[n-2]=4x[n]+\frac{4}{3}x[n-1]$

(c) (ⅰ) 전달 함수 : $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{(0.5+2.25z^{-1})(1-z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})(1+0.75z^{-1})}=\dfrac{(0.5z+2.25)(z-1)}{(z-0.5)(z+0.75)}$

(ⅱ) 임펄스 응답 : $h[n]=6\delta[n]-2(0.5)^n u[n]-3.5(-0.75)^n u[n]=6\delta[n]-(2(0.5)^n+3.5(-0.75)^n)u[n]$

(ⅲ) 차분 방정식 : $y[n]-0.25y[n-1]-0.375y[n-2]=0.5x[n]+1.75x[n-1]-2.25x[n-2]$

12.15 *Ans)*

(a) $y[n] - ay[n-1] = ax[n-1]$

(b) $H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{az^{-1}}{1 - az^{-1}} = \dfrac{a}{z-a}$

(c) $|a| < 1$

(d) $y[n] = u[n] - (0.5)^n u[n]$